UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PISA   CORSO DI LAUREA IN FISICA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA III

(NUOVO ORDINAMENTO)

del 17 Gennaio 2002

I Disegnare il grafico della funzione ottenuta per estensione ad $\mathbb{R}$ come una funzione pari e periodica della seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} \cos x & \text{in} \quad [0, \frac{\pi}{2}] \\ (x - \frac{\pi}{2})^2 & \text{in} \quad [\frac{\pi}{2}, \pi] \end{cases}$$

Scrivere la serie di Fourier della funzione così estesa e dimostrare che la serie converge uniformemente ad f.

II Studiare la seguente funzione

$$\varphi(x, y) = \frac{1 + x - y}{\sqrt{1 + x^2 + y^2}} \quad \text{nell'insieme} \quad \{(x, y) \in \mathbb{R}^2;\ x^2 + y^2 \leq 4\}$$

In particolare, determinare i punti stazionari e massimi e minimi locali e globali

III (i) Dimostrare che l'insieme

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3;\ x > 0,\ y > 0,\ \sqrt{x} + \sqrt{y} \leq 1,\ 0 \leq z \leq \sqrt{xy}\}$$

è misurabile secondo Lebesgue e calcolare la sua misura

(ii) Calcolare il volume del solido D limitato dal paraboloide di equazione $z = 2x^2 + y^2$ e dal cilindro $z = 4 - y^2$

(iii) (*Facoltativo*) Calcolare l'area del bordo del solido D del punto (ii).