UNIVERSITA' DI PISA CORSO DI LAUREA IN FISICA
ANALISI MATEMATICA III (Nuovo Ordinamento)
Esame scritto del 7 Febbraio 2002

I. Determinare l'insieme di convergenza puntuale e uniforme della seguente serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\mathrm{e}^{-n|x^2-x|}}{n(\log n)^2}$$

II. Studiare la funzione

$$f(x, y, z) = \log(xy + 1) - (x^2 - xy + 4y^2)^2$$

In particolare, disegnare il dominio, determinare gli eventuali punti stazionari, punti di massimo o minimo relativo o di sella.

III. Dato l'insieme

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; z \geq 0,\ y \geq 1,\ y^2(z + x^2) \leq 1\}$$

(i) Dire se E è misurabile e se è limitato
(ii) Dire se la misura di E è finita
(iii) Calcolare la misura di E
(iv) Per quali valori $\alpha > 0$ l'insieme

$$E_\alpha = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; z \geq 0,\ y \geq 1,\ y^{2\alpha}(z + x^2) \leq 1\}$$

è di misura finita