ANALISI I - Primo semestre - 9.01.2002

1. Ordinare (se possibile) le seguenti funzioni in modo che ciascuna sia un o-piccolo della successiva per $x \to +\infty$:

$$a(x) = (\log x)^x, \quad b(x) = x^{\sqrt{x}}, \quad c(x) = x^{\log x}, \quad d(x) = (2 + \cos x \sin x)^x.$$

2. Dire se converge la serie

$$\sum_{k=1}^{+\infty} 1/k(k^{1/k} - 1).$$

3. Si considerino le funzioni

$$f(x) := \sin(\sin(x^2)) - \sin(x^2),$$

$$g(x) := x \sin(\sin x) - (\sin x)^2,$$

$$h(x) := x^2 \sin(\sin(\sin x)) - (\sin x)^3,$$

e per ciascuna di esse si dica se 0 sia un punto di massimo locale oppure un punto di minimo locale o entrambe le cose o nè l'una nè l'altra.

4. Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile due volte. Si provi che esiste un punto $\xi \in \mathbb{R}$ con $0 < \xi < 2$ per cui $u(2) - 2u(1) + u(0) = u''(\xi)$.