ANALISI II - Secondo compitino del secondo semestre - 28.05.2003

1. Trovare una soluzione $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} u'(t) = \sin u(t) \\ u(0) = \pi/2 \end{cases}$$

2. Provare che $\forall x > 0$ l'equazione

$$(1+x)e^y = xy^2$$

ammette una unica soluzione $y \in \mathbb{R}$.
Si studi la soluzione $y = y(x)$ come funzione della variabile x.

3. Si calcoli il limite per $\lambda \to 0^+$ e $\lambda \to +\infty$ della funzione

$$f(\lambda) = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \int_{-1}^{1} e^{-\lambda x^2} \, dx$$