Prima prova intermedia del primo modulo di

ANALISI

–07.11.2005–

1. Sia $\{a_n : \ n \in \mathbb{N}\}$ la successione definita per ricorrenza da

$$\begin{cases} a_0 = 2 \\ a_{n+1} = \sqrt{a_n^2 + 3} \end{cases}$$

   (a) Calcolare $\lim_{n\to+\infty} a_n$.

   (b) Calcolare la somma infinita

$$\sum_{k\in\mathbb{N}} \frac{1}{a_k}.$$

2. Dire per quali valori del parametro reale $x \in \mathbb{R}$ risulta convergente

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{x^{(k^2)}}{k!}$$

3. Sia D l'insieme dei numeri naturali strettamente positivi con la proprietà che le cifre della loro espressione in base dieci sono strettamente decrescenti (per esempio: 9632 appartiene a D mentre 5411 non appartiene a D).

   (a) Calcolare la cardinalità di D.

   (b) Provare che vale la stima

$$\sum_{k\in D} \frac{1}{k} \leq 10(e-1) - 1$$

Prima prova intermedia del primo modulo di

ANALISI

–07.11.2005–

1. Sia $\{a_n : \ n \in \mathbb{N}\}$ la successione definita per ricorrenza da

$$\begin{cases} a_0 = 3 \\ a_{n+1} = \sqrt{a_n^2 + 2} \end{cases}$$

   (a) Calcolare $\lim_{n\to+\infty} a_n$.

   (b) Calcolare la somma infinita

$$\sum_{k\in\mathbb{N}} \frac{1}{a_k}.$$

2. Dire per quali valori del parametro reale $x \in \mathbb{R}$ risulta convergente

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{x^{(k^2)}}{k^k}$$

3. Sia D l'insieme dei numeri naturali con la proprietà che le cifre della loro espressione in base dieci sono strettamente decrescenti (per esempio: 876421 appartiene a D mentre 100 non ci appartiene).

   (a) Calcolare la cardinalità di D.

   (b) Provare che vale la stima

$$\sum_{k\in D} \frac{1}{k+1} \le 10(e-1)$$