Analisi Matematica II - Primo Compitino
27 Marzo 2006

Esercizio 1. Determinare una primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}(x-1)}$$

sull'intervallo $]0,1[$ e dire se tale primitiva è estendibile con continuità agli estremi.

Esercizio 2. Sia $L(\lambda)$ la lunghezza dell'ellisse parametrizzata dalle equazioni

$$\begin{cases} x = (1+\lambda)^{1/4}\cos t, \\ y = (1+\lambda)^{-1/4}\sin t, \end{cases} \qquad 0 \le t \le 2\pi.$$

Determinare tre numeri a, b, c tali che

$$L(\lambda) = a + b\lambda + c\lambda^2 + o(\lambda^2), \quad \text{per } \lambda \to 0.$$

Dire se 0 è punto di massimo o minimo locale della funzione L.

Esercizio 3. Sia

$$F(x) = \int_x^{+\infty} e^{-t^2}\, dt.$$

(a) Dire per quali $\mu \in \mathbb{R}$ la funzione

$$F(x) - \frac{\mu}{x}e^{-x^2}$$

ha massimo su $]0,+\infty[$.

(b) Calcolare

$$\lim_{x\to+\infty} e^{x^2}F(x), \qquad \lim_{x\to+\infty} xe^{x^2}F(x).$$