Prima prova intermedia di

ANALISI

–10.11.2006–

Fila I

1. (8 punti) Sia $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la successione definita per ricorrenza da

$$\begin{cases} x_1 = \frac{8}{5} \\ x_{n+1} = \frac{8x_n}{3x_n+2} \end{cases}$$

Mostrare (per induzione) che

$$x_n = 2 \cdot \frac{4^n}{4^n+1}.$$

2. (5 punti) Date le funzioni

$$f(x) = \log x, \qquad h(x) = \sqrt{x}, \qquad g(x) = \frac{x+1}{x-1}.$$

Scrivere la funzione composta $F(x) = (g \circ h \circ f)(x)$ e determinarne il dominio di definizione.

3. (8 punti) Risolvere la disequazione

$$\log_4(2 - \sqrt{x+2}) > \log_{16}(2x+5).$$

4. (10 punti) Data la successione

$$x_n = \log(e^{\frac{\sqrt{n+1}}{n}} - 1), \quad n \in \mathbb{N}, \quad n \geq 1.$$

provare che è decrescente e non è limitata inferiormente

Giustificando le risposte, determinare anche

$$\inf_n x_n, \qquad \sup_n x_n$$

e (se esistono)

$$\min_n x_n, \qquad \max_n x_n$$

TUTTE LE RISPOSTE VANNO ADEGUATAMENTE GIUSTIFICATE

Prima prova intermedia di

ANALISI

–10.11.2006–

Fila II

1. (8 punti) Sia $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la successione definita per ricorrenza da

$$\begin{cases} x_1 = \frac{3}{4} \\ x_{n+1} = \frac{3x_n}{2x_n+1} \end{cases}$$

Mostrare (per induzione) che $x_n = \frac{3^n}{3^n+1}$

2. (5 punti) Date le funzioni

$$f(x) = \log x, \qquad h(x) = \sqrt{x}, \qquad g(x) = \frac{x+1}{x-1},$$

scrivere la funzione composta $F(x) = (h \circ g \circ f)(x)$ e determinarne il dominio di definizione.

3. (8 punti) Risolvere la disequazione

$$\log_5(2 - \sqrt{x+3}) < \log_{25}(2x+1).$$

4. (10 punti) Data la successione

$$x_n = \log(e^{\frac{n}{\sqrt{n+1}}} - 1), \quad n \in \mathbb{N}, \quad n \geq 1.$$

provare che è crescente e non è limitata superiormente

Giustificando le risposte, determinare anche

$$\inf_n x_n, \qquad \sup_n x_n$$

e (se esistono)

$$\min_n x_n, \qquad \max_n x_n$$

TUTTE LE RISPOSTE VANNO ADEGUATAMENTE GIUSTIFICATE

Prima prova intermedia di

ANALISI

–10.11.2006–

Fila III

1. (8 punti) Sia $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la successione definita per ricorrenza da

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{2} \\ x_{n+1} = \frac{2x_n}{x_n+1} \end{cases}$$

   Mostrare (per induzione) che $x_n = \frac{2^n}{2^n+2}$

2. (5 punti) Date le funzioni

$$f(x) = \log x, \qquad h(x) = \sqrt{x}, \qquad g(x) = \frac{x+1}{x-1},$$

   scrivere la funzione composta $F(x) = (f \circ g \circ h)(x)$ e determinarne il dominio di definizione.

3. (8 punti) Risolvere la disequazione

$$\log_3(\sqrt{x+4}-1) > \log_9(3-x).$$

4. (10 punti) Data la successione

$$x_n = \log(e^{\frac{\sqrt{2n+1}}{n}} - 1), \quad n \in \mathbb{N}, \quad n \geq 1.$$

   provare che è decrescente e non è limitata inferiormente

   Giustificando le risposte, determinare anche

$$\inf_n x_n, \qquad \sup_n x_n$$

   e (se esistono)

$$\min_n x_n, \qquad \max_n x_n$$

TUTTE LE RISPOSTE VANNO ADEGUATAMENTE GIUSTIFICATE

Prima prova intermedia di

ANALISI

–10.11.2006–

Fila IV

1. (8 punti) Sia $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la successione definita per ricorrenza da
$$\begin{cases} x_1 = \frac{3}{2} \\ x_{n+1} = \frac{6x_n}{x_n+3} \end{cases}$$
Mostrare (per induzione) che
$$x_n = 3 \cdot \frac{2^n}{2^n+2}.$$

2. (5 punti) Date le funzioni
$$f(x) = \log x, \qquad h(x) = \sqrt{x}, \qquad g(x) = \frac{x+1}{x-1},$$
scrivere la funzione composta $F(x) = (g \circ f \circ h)(x)$ e determinarne il dominio di definizione.

3. (8 punti) Risolvere la disequazione
$$\log_2(\sqrt{x+3} - 1) < \log_4(2-x).$$

4. (10 punti) Data la successione
$$x_n = \log(e^{\frac{n}{\sqrt{2n+1}}} - 1), \quad n \in \mathbb{N}, \quad n \geq 1.$$
provare che è crescente e non è limitata superiormente

Giustificando le risposte, determinare anche
$$\inf_n x_n, \qquad \sup_n x_n$$
e (se esistono)
$$\min_n x_n, \qquad \max_n x_n$$

TUTTE LE RISPOSTE VANNO ADEGUATAMENTE GIUSTIFICATE