Programma del corso "Geometria Superiore II"
Docente: dott. Roberto Frigerio
Anno Accademico 2008-2009, II semestre
Laurea Specialistica in Matematica (30 ore, 7 crediti)

Scopo del corso è presentare le tecniche ed i risultati fondamentali della così detta "Teoria geometrica dei gruppi", un'area di ricerca sviluppatasi negli ultimi decenni a partire da idee di M. Gromov. Ad ogni gruppo finitamente generato è possibile associare un grafo metrico, detto Grafo di Cayley. La teoria geometrica dei gruppi si occupa dello studio delle relazioni tra le proprietà algebro-geometriche di un gruppo (finita presentabilità, risolubilità, nilpotenza, realizzabilità quale gruppo fondamentale di spazi a curvatura negativa) e le proprietà metriche del suo grafo di Cayley. Auspicabilmente, il corso giungerà a toccare temi sui quali la ricerca è attualmente attiva.

## Prerequisiti

- Spazi metrici e topologici.
- Gruppo fondamentale e teoria dei rivestimenti.
- Una qualsiasi teoria omologica (per esempio, simpliciale o singolare o dei gruppi).

## Contenuti del corso

- Grafi di Cayley di gruppi finitamente generati e quasi-isometrie.
- Spazi geodetici e azioni isometriche di gruppi: il Lemma di Milnor-Svarc.
- Spazi metrici iperbolici: caratterizzazioni ed esempi.
- Stabilità quasi-geodetica e nozione di "bordo all'infinito" di uno spazio iperbolico.
- Topologia e geometria quasi-conforme del bordo di uno spazio iperbolico.
- Classificazione algebrica e dinamica delle isometrie di uno spazio iperbolico.
- Invarianti asintotici di spazi metrici geodetici: ultralimiti e coni asintotici.

- Caratterizzazione asintotica degli spazi iperbolici.
- Iperbolicità e disuguaglianze isoperimetriche.
- Proprietà algoritmiche dei gruppi iperbolici: il problema della parola.

Modalità d'esame: Un seminario dal contenuto concordato con il docente della durata di 50 minuti circa.

## Riferimenti bibliografici

[1] M. Bridson, A. Haefliger, *Metric spaces of non-positive curvature*

[2] E. Ghys, P. de la Harpe, *Sur les groupes hyperboliques d'apres Mikhael Gromov*

[3] M. Coornaert, T. Delzant, A. Papadopoulos, *Geometrie et theorie des groupes: les groupes hyperboliques de Gromov*

[4] M. Kapovich, *Lectures on geometric group theory*