Algebra – A. A. 2003-2004
secondo compitino

18 maggio 2004

COGNOME: NOME:

CORSO (A, B, C, o D): MATRICOLA:

FIRMA:

VALUTAZIONE

Esercizio 1 . . . .

. . . .

. . . . Voto:

Esercizio 2 . . . .

. . . .

. . . . Voto:

Esercizio 3 . . . .

. . . .

. . . . Voto:

COGNOME: NOME:

Esercizio 1 (12 punti).

- Si dica per quali valori $k \in \mathbb{R}$ esiste una applicazione lineare $f_k : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ con le seguenti proprietà:

$$f_k(e_1) = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad f_k(e_1 + e_2) = \begin{pmatrix} \text{k+2} \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$f_k(e_1 - e_2) = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ \text{-1} \end{pmatrix}, \quad f_k(e_1 + e_3) = \begin{pmatrix} \text{-2} \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix},$$

  dove (e_1, e_2, e_3) è la base canonica di $\mathbb{R}^3$;

- sia f_0 l'unica applicazione lineare che soddisfa le proprietà descritte sopra per $k = 0$. Si scriva la matrice associata a f_0 rispetto alla base canonica;

- si determini una base per Ker f_0;

- si determini una base per Im f_0.

COGNOME: NOME:

Esercizio 2 (12 punti). Si consideri al variare del parametro reale $t \in \mathbb{R}$ la seguente matrice:

$$A_t = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 1 & -1 \\ 2 & t & 5 & 5 \\ 1 & -7 & t^2-1 & 5 \end{pmatrix}$$

- Per quali $t \in \mathbb{R}$ abbiamo $\det A_t \neq 0$?
- Si determini il rango di A_t al variare del parametro $t \in \mathbb{R}$.

COGNOME: NOME:

Esercizio 3 (12 punti). Si consideri al variare del parametro reale $h \in \mathbb{R}$ la seguente matrice:

$$A_h = \begin{pmatrix} 2 & 0 & h-1 \\ 0 & 1 & 0 \\ h & h & 1 \end{pmatrix}$$

Si dica per quali valori del parametro $h \in \mathbb{R}$ l'applicazione $f_h : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ data da $f_h(X) = A_h \cdot X$ è diagonalizzabile.