Algebra – A. A. 2003-2004
Secondo scritto

22 giugno 2004

COGNOME: NOME:

CORSO (A, B, C, o D): MATRICOLA:

FIRMA:

VALUTAZIONE

Esercizio 1 . . . .

. . . .

. . . . Voto:

Esercizio 2 . . . .

. . . .

. . . . Voto:

Esercizio 3 . . . .

. . . .

. . . . Voto:

Esercizio 4 . . . .

. . . .

. . . . Voto:

Esercizio 1 (9 punti). Consideriamo le seguenti applicazioni lineari:

$$\begin{array}{cccc} f: & \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^4 \\ & (x,y) & \mapsto & (x, 2x+y, y, x) \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} g: & \mathbb{R}^4 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ & (x,y,z,t) & \mapsto & (x+2y+t, x+y+az+t) \end{array}$$

L'applicazione g dipende da un parametro $a \in \mathbb{R}$.

1. Trovare una base di $\mathrm{Im} f$.

2. Trovare una base di $\mathrm{Ker} g$, dipendente da $a \in \mathbb{R}$.

3. Determinare la dimensione di $(\mathrm{Im} f) \cap (\mathrm{Ker} g)$, al variare di $a \in \mathbb{R}$.

Esercizio 2 (9 punti). Calcolare il determinante della matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 5 & 9 & 1 & 0 \\ 11^{12} & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 5 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Esercizio 3 (9 punti). Considerare al variare del parametro reale t la seguente matrice:

$$A_t = \begin{bmatrix} t & t & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2-t^2 & 0 \end{bmatrix}$$

1. dire se esistono valori di t per cui A_t è invertibile.

2. dire se esistono valori di t per cui A_t è diagonalizzabile.

Esercizio 4 (9 punti).
Determinare per quali valori del parametro $\lambda \in \mathbb{R}$ il sistema lineare

$$\begin{cases} x + 2y + 2z + t &= 1 \\ x + 2z + t &= 0 \\ x + y + \lambda z &= 0 \\ \lambda y + 2\lambda z + \lambda^2 t &= 0 \end{cases}$$

ammette una, nessuna o infinite soluzioni.