Algebra – A. A. 2003-2004
Terzo scritto

13 luglio 2004

COGNOME:	NOME:
CORSO (A, B, C, o D):	MATRICOLA:
FIRMA:	

VALUTAZIONE

Esercizio 1	. . . .	
	. . . .	
	. . . .	Voto:
Esercizio 2	. . . .	
	. . . .	
	. . . .	Voto:
Esercizio 3	. . . .	
	. . . .	
	. . . .	Voto:
Esercizio 4	. . . .	
	. . . .	
	. . . .	Voto:

Esercizio 1 (9 punti). Consideriamo la seguente funzione f_k, dipendente da un parametro $k \in \mathbb{R}$:

$$\begin{array}{rccc} f_k : & \mathbb{R}^3 & \longrightarrow & \mathbb{R}^3 \\ & (x, y, z) & \mapsto & (x + kz, x - y, x + k^2 - k) \end{array}$$

1. Dimostrare che f_k è lineare se e solo se $k = 0$ o $k = 1$.

2. Dire se f_0 e f_1 sono suriettive.

3. Scrivere la matrice associata all'applicazione lineare

$$f_1 \circ f_0 : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3.$$

Esercizio 2 (9 punti). Calcolare il determinante della matrice

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & \sqrt{3} & 4 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Esercizio 3 (9 punti). Considerare al variare del parametro reale t la seguente matrice:

$$A_t = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & t+1 \end{bmatrix}$$

1. dire se esistono valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui A_t non è invertibile.

2. dire per quali $t \in \mathbb{R}$ la matrice A_t è diagonalizzabile.

Esercizio 4 (9 punti).
Siano

$$V = \text{ Span}\left\{\begin{pmatrix}1\\2\\3\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}\right\}$$

e

$$W_a = \left\{\begin{pmatrix}x\\y\\z\\t\end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \middle| 2x+y+t=0, x+z+at=0\right\}$$

due sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^4$, con W_a dipendente da un parametro $a \in \mathbb{R}$.

1. Trovare la dimensione di $V \cap W_a$ al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$.
2. Dire per quali $a \in \mathbb{R}$ abbiamo $\mathbb{R}^4 = V \oplus W_a$.