TOPOLOGIA E ANALISI COMPLESSA
COMPITO SCRITTO

9 termidoro, anno II

Esercizio 1: Siano $f : X \to Y$ e $g : Y \to X$ mappe continue fra spazi topologici tali che $g \circ f = id_X$ e g è omotopa ad una mappa costante. Mostrare che X è semplicemente connesso.

Esercizio 2: Calcolare il gruppo fondamentale di $X = [-1,1] \times [-1,1]/_\sim$ nei casi seguenti:

(1) la relazione $\sim$ è definita da:

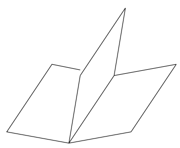
$$(x,y) \sim (x',y') \iff (x,y) = (x',y') \ \vee \ (xx' = -1 \wedge y = y' = 0)$$

(2) la relazione $\sim$ è definita da:

$$(x,y) \sim (x',y') \iff (x,y) = (x',y') \ \vee \ (x = y' \wedge y = x' = 0)$$

Esercizio 3: Dimostrare che non esiste un diffeomorfismo locale da S^2 in $\mathbb{R}^2$.

Esercizio 4: È noto (anche se non abbiamo gli strumenti per dimostrarlo) che nessun sottoinsieme di $\mathbb{R}^2$ è omeomorfo al nastro di Möbius.



Mostrare che esiste un sottoinsieme del libro con tre pagine disegnato qui a sinistra omeomorfo al nastro di Möbius.