TOPOLOGIA E ANALISI COMPLESSA
COMPITO SCRITTO

18 brumario, anno VIII

Esercizio 1: Siano $f_0, f_1 : X \to Y$ due mappe omotope tra due spazi topologici X e Y, e $f'_0, f'_1 : X' \to Y'$ altre due mappe omotope tra due spazi topologici X' e Y'. Dimostrare che le mappe

$$f_0 \times f'_0,\ f_1 \times f'_1 : X \times X' \to Y \times Y'$$

sono mappe omotope tra gli spazi $X \times X'$ e $Y \times Y'$. Ricordiamo che la mappa $f_i \times f'_i$ è definita nel modo usuale come $(f_i \times f'_i)(x, x') = \big(f_i(x), f'_i(x')\big)$, per ogni $i \in \{0, 1\}$.

Esercizio 2: Calcolare il gruppo fondamentale di $X = \mathbb{CP}^2 \setminus (r \cup s \cup t)$ dove r, s e t sono tre rette tali che $r \cap s \cap t = \emptyset$.

Esercizio 3: Dato $x \in \mathbb{R}$ e $r > 0$, sia $C_x^r \subset \mathbb{R}^2$ la circonferenza centrata in $(x, 0)$ di raggio r. Mostrare che non esiste nessun omeomorfismo $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tale che $f(C_{-2}^1) = C_0^1$ e $f(C_2^1) = C_0^2$.

Esercizio 4: Descrivere uno sottospazio topologico di $\mathbb{R}^3$ che abbia gruppo fondamentale non libero e non abeliano.