TOPOLOGIA E ANALISI COMPLESSA
COMPITO SCRITTO

6 fructidoro, anno VI

Esercizio 1:

- Mostrare che una mappa continua $f : S^2 \to S^2$ non suriettiva è omotopa ad una mappa costante.
- Descrivere una mappa continua $f : S^2 \to S^2$ suriettiva e omotopa ad una mappa costante.

Esercizio 2: Calcolare il gruppo fondamentale di

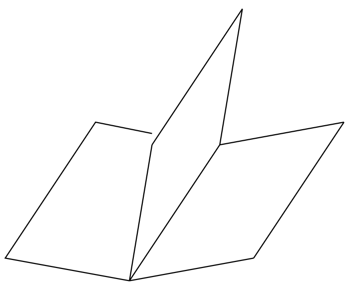
$$X = \{z \in \mathbb{C} \mid 1 \leqslant |z| \leqslant 2\}/_{\sim}$$

nei casi seguenti:

- la relazione $\sim$ è definita da:
$$z \sim z' \iff z = z' \ \vee\ (z = -z' \wedge |z| = 2)$$
- la relazione $\sim$ è definita da:
$$z \sim z' \iff z = z' \ \vee\ |z| = |z'| \in \{1, 2\}$$

Esercizio 3: Siano $f : \tilde{M} \to M$ e $g : \tilde{N} \to N$ due rivestimenti. Mostrare che $f \times g : \tilde{M} \times \tilde{N} \to M \times N$, data da $(f \times g)(m, n) = \big(f(m), g(n)\big)$, è un rivestimento. Mostrare che $f \times g$ è un rivestimento universale se e solo se lo sono entrambi f e g.

Esercizio 4:



Supponiamo che il signore qui a sinistra sia un contorsionista estremamente flessibile. Ce la fa a sciogliere le mani?

Ce la fa, ma è bene che non indossi braccialetti o orologi da polso: la soluzione è sul retro.