Esame di Topologia ed Analisi Complessa – 26/9/05

1. Siano r e s due rette distinte in $\mathbb{C}^2$ passanti per l'origine. Consideriamo gli spazi topologici $X = \mathbb{C}^2 \setminus r$ e $Y = \mathbb{C}^2 \setminus (r \cup s)$.
a) Dire se X e Y sono omeomorfi;
b) Dire se esistono rivestimenti $X \to Y$ e $Y \to X$.

2. Dimostrare che uno spazio topologico avente rivestimento universale compatto ha un numero finito di rivestimenti a meno di isomorfismi.

3. Sia Ω un aperto di $\mathbb{C}$ e $f : \Omega \to \Omega$ olomorfa. Mostrare che se $f \circ f = f$ allora f è costante o l'identità.

4. Sia $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ olomorfa non costante, che si annulla in un numero infinito di punti.
a) Mostrare che per ogni $z \in \mathbb{C}$ esiste una successione $z_i \in \mathbb{C}$ tale che $|z_i| \to \infty$ e $f(z_i) \to z$.
b) Scrivere un esempio di una tale f.