Esame di Topologia ed Analisi Complessa 23/01/2006

1. Siano T un sottoinsieme finito di $\mathbb{C}$ ed $f : X \to \mathbb{C} - T$ un rivestimento. Si dimostri che esiste un poligono non vuoto S in $\mathbb{C} - T$ (ossia un sottoinsieme esprimibile come unione di un numero finito di segmenti in $\mathbb{C} - T$) tale che $f^{-1}(S)$ è connesso

2. Si dimostri che se uno spazio (connesso, localmente contrattile...) ha un rivestimento a due fogli ed uno a tre fogli allora o ne ha anche uno a infiniti fogli oppure qualcuno a $6p$ fogli con $p \geq 1$

3. Si mostri che se $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ è olomorfa e iniettiva allora è anche surgettiva

4. Per ogni serie formale S a coefficienti complessi indichiamo con $\rho(S)$ il suo raggio di convergenza e con S^2 il suo quadrato in $\mathbb{C}[[T]]$. Si dimostri che per ogni tale S si ha:

- $\rho(S^2 \geq \rho(S)$

- se $\rho(S^2 > 0$ allora è anche $\rho(S) > 0$

- vi sono casi in cui $\rho(S^2) \neq \rho(S)$