

# Analisi Matematica Due

## Prova scritta n. 3 primo modulo

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2001-2002

30 maggio 2002

1. Si consideri la successione di funzioni  $f_k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f_k(x) = e^{-kx^2} \sin \frac{x}{\sqrt{k}}$$

e la serie associata  $\sum_{k=1}^{\infty} f_k(x)$ .

- (a) Mostrare che la successione e la serie convergono puntualmente per ogni  $x \in \mathbb{R}$ ;
  - (b) verificare che la successione converge uniformemente su tutto  $\mathbb{R}$  ma la serie non converge totalmente su tutto  $\mathbb{R}$ ;
  - (c) verificare che la serie converge totalmente su ogni insieme del tipo  $I_\varepsilon = \{x \in \mathbb{R} : |x| \geq \varepsilon\}$  con  $\varepsilon > 0$ .
2. Si consideri la funzione  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x, y) = \sqrt{|\sin x|} + \cos(x + y).$$

Dimostrare che  $f$  ammette massimo e minimo su tutto  $\mathbb{R}^2$ ; determinare i punti di massimo e minimo relativo e assoluto.