

Analisi Matematica Uno

Prova scritta preliminare n. 1

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2002-2003

15 novembre 2002

1. Dire se la seguente proprietà

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \forall \nu \quad \exists n > \nu \quad |a_n - a| < \varepsilon$$

è equivalente a $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$. In caso affermativo dimostrarlo, in caso negativo esibire un controesempio.

2. Dimostrare che

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2(1 + x + \cos x) = 0$$

utilizzando la definizione di limite (trovare esplicitamente δ in funzione di ε).

3. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n + \sqrt{n}} - \sqrt{n}.$$

4. Trovare il limite (se esiste) della seguente successione definita per ricorrenza

$$\begin{cases} a_{n+1} = 2 - \frac{2}{1+a_n^2}, \\ a_1 = -2. \end{cases}$$