

# Analisi Matematica III modulo

## Prova scritta preliminare n. 2

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2003-2004

17 dicembre 2003

1. Si consideri la funzione  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x, y) = x^4 - 2y \arctan x + \frac{\pi}{16}y^2;$$

- (a) determinare i punti di massimo o minimo locale,
- (b) determinare l'insieme  $f(\mathbb{R}^2)$  dei valori assunti da  $f$ .

2. Si consideri la funzione  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x, y) = 5(3x)^6 + 4|y|^3 - 16x^5y^2;$$

- (a) trovare tutti i punti critici di  $f$  e calcolare il determinante Hessiano di  $f$  in tali punti;
- (b) trovare i valori massimo assoluto e minimo assoluto, assunti da  $f$  sul quadrato  $D = [-1, 1] \times [-1, 1]$ .
- (c) dire se il punto  $(0, 0)$  è massimo o minimo relativo;

3. Trovare tutte le soluzioni  $y(x)$  dell'equazione differenziale

$$y''(x) + 1 = y'(x) + x^2 e^{-x}.$$