

# Analisi Matematica IV modulo

## Prova scritta preliminare n. 2

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2003-2004

21 maggio 2004

1. Si consideri la forma differenziale  $\omega$  definita sull'aperto  $A = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$  dall'espressione

$$\omega = \frac{y^3 dx - 3xy^2 dy}{x^2 + y^6}.$$

- (a) Dire se  $\omega$  è chiusa in  $A$ .
  - (b) Dire se  $\omega$  è esatta in  $A$ .
  - (c) Calcolare  $\int_{\gamma} \omega$  sulla circonferenza  $\gamma(t) = (\cos t, \sin t)$ ,  $t \in [0, 2\pi]$ .
2. Dopo averlo disegnato, calcolare l'area del dominio  $D \subset \mathbb{R}^2$  delimitato dal segmento  $\overline{PQ}$  di estremi  $P = (-3\pi, 0)$ ,  $Q = (-\pi, 0)$  e dal tratto di spirale di Archimede  $\gamma(t) = (t \cos t, t \sin t)$  con gli stessi estremi.