



**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FIRENZE**

**Registro dell'insegnamento**

Anno Accademico 2008/2009

Facoltà: **Scienze Matematiche Fisiche e Naturali**

Insegnamento: **Analisi Matematica I**

Settore: .....

Corsi di studio: .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Prof. Emanuele Paolini

Settore Inquadramento: **Analisi Matematica**

N.B.- Ai sensi dell'art.2 della Legge 1-5-1941. n.615, i direttori degli istituti e dei laboratori nei quali si eseguono esperimenti sugli animali dovranno allegare al presente registro delle lezioni anche il registro contenente i dati relativi agli esperimenti di cui sopra.

Lezione     Esercitazione     Laboratorio     Seminario

Data 15.10.2008                      Totale ore    2

Argomento:

*Un po' di logica. Assiomi. Predicati. Operatori logici.*

sostituito da     in collaborazione con

Firma .....

Lezione     Esercitazione     Laboratorio     Seminario

Data 5.11.2008                      Totale ore    2

Argomento:

*Assiomi dei numeri reali. L'equazione  $x^2 = 2$  non ha soluzioni in  $\mathbb{Q}$ . Per ogni  $y > 0$  per ogni  $n \in \mathbb{N}$  l'equazione  $x^n = y$  ha una (unica) soluzione  $x > 0$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Definizione  $\sqrt[n]{x}$ . Proprietà delle potenze  $a^n$ .*

sostituito da     in collaborazione con

Firma .....

Lezione     Esercitazione     Laboratorio     Seminario

Data 6.11.2008                      Totale ore    1

Argomento:

*Proprietà invariantiva:  $\sqrt[q]{a^p} = \sqrt[nq]{a^{np}}$ . Definizione di  $a^r$  per  $r \in \mathbb{Q}$ :*

$$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$$

*Proprietà dell'esponenziale  $a^r$  su  $\mathbb{Q}$ . Lemma di continuità dell'esponenziale: dato  $a > 1$  dato  $\varepsilon > 0$  esiste  $n \in \mathbb{N}$  tale che  $a^{\frac{1}{n}} < 1 + \varepsilon$ .*

sostituito da     in collaborazione con

Firma .....

Lezione    Esercitazione    Laboratorio    Seminario

Data 12.11.2008                      Totale ore   2

Argomento:

Definizione  $a^x$  per  $a > 1, x \in \mathbb{R}$ :

$$a^x = \sup\{a^r : r \in \mathbb{Q}, r < x\}.$$

Vale

$$\sup\{a^r : r \in \mathbb{Q}, r < x\} = \inf\{a^s : s \in \mathbb{Q}, s > x\}$$

in quanto i due insiemi in considerazione sono contigui. Proprietà di Archimede. Proprietà di densità dei razionali.

Caratterizzazione di sup e inf:

$$x = \sup A \Leftrightarrow \begin{cases} \forall a \in A: x \geq a \\ \forall \varepsilon > 0 \exists a \in A: x < a + \varepsilon. \end{cases}$$

Esercizi su sup e inf, max e min.

sostituito da    in collaborazione con

Firma .....

Lezione    Esercitazione    Laboratorio    Seminario

Data 13.11.2008                      Totale ore   1

Argomento:

Proprietà sup e inf:  $\sup(-A) = -\inf A$ ,  $\sup A + B = \sup A + \sup B$ ,  $\sup AB = \sup A \sup B$  (se  $A \geq 0, B \geq 0$ ). Proprietà dell'esponenziale  $x \mapsto a^x$  per  $x \in \mathbb{R}$  ( $a > 1$ ):

1.  $x \mapsto a^x$  è strettamente crescente;
2.  $a^{x+y} = a^x a^y$  (cenni di dimostrazione);
3.  $a^{xy} = (a^x)^y$  (non dimostrato);
4.  $(ab)^x = a^x b^x$  (non dimostrato).

sostituito da    in collaborazione con

Firma .....

<input type="checkbox"/> Lezione	<input checked="" type="checkbox"/> Esercitazione	<input type="checkbox"/> Laboratorio	<input type="checkbox"/> Seminario
Data 19.11.2008	Totale ore 2		
Argomento:			
<i>Definizione geometrica delle funzioni trigonometriche. Funzioni inverse. Proprietà geometrica:</i>			
$\sin x \leq x \leq \tan x \quad \forall x \in [0, \pi/2]$			
<input type="checkbox"/> sostituito da <input type="checkbox"/> in collaborazione con			

Firma .....

<input type="checkbox"/> Lezione	<input checked="" type="checkbox"/> Esercitazione	<input type="checkbox"/> Laboratorio	<input type="checkbox"/> Seminario
Data 20.11.2008	Totale ore 1		
Argomento:			
<i>Matrice di rotazione. Formule di somma per seno e coseno. Formule di bisezione. Funzioni iperboliche. Funzioni iperboliche inverse.</i>			
<input type="checkbox"/> sostituito da <input type="checkbox"/> in collaborazione con			

Firma .....

<input type="checkbox"/> Lezione	<input checked="" type="checkbox"/> Esercitazione	<input type="checkbox"/> Laboratorio	<input type="checkbox"/> Seminario
Data 26.11.2008	Totale ore 2		
Argomento:			
<i>Proprietà del valore assoluto, disuguaglianze triangolari. Definizione di limite di funzione e successione. Utilizzare la definizione per risolvere i seguenti limiti</i>			
$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+2}{n^2-2} = 0, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3+3}{3n(n+1)^2} = \frac{1}{3}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}+1}{\sqrt{n+1}} = 1.$			
<input type="checkbox"/> sostituito da <input type="checkbox"/> in collaborazione con			

Firma .....

<input type="checkbox"/> Lezione	<input checked="" type="checkbox"/> Esercitazione	<input type="checkbox"/> Laboratorio	<input type="checkbox"/> Seminario
Data 27.11.2008	Totale ore 1		
Argomento:			
<i>Limiti notevoli:</i>			
$\lim_{n \rightarrow \infty} a^n, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} = 1, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n^b} = 1.$			
<i>inoltre</i>			
$\lim_{x \rightarrow 0} \sin x = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \cos x = 1.$			
<input type="checkbox"/> sostituito da <input type="checkbox"/> in collaborazione con			

Firma .....

<input type="checkbox"/> Lezione	<input checked="" type="checkbox"/> Esercitazione	<input type="checkbox"/> Laboratorio	<input type="checkbox"/> Seminario
Data 3.12.2008	Totale ore 2		
Argomento:			
<i>Limiti notevoli:</i>			
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e.$			
<i>Esercizi:</i>			
$\lim_n n \sin \frac{1}{n}, \quad \lim_n \frac{\sin n}{n}, \quad \lim_n \left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right)^{\frac{n+1}{\sqrt{n}}}, \quad \lim_n (n+1)^2 \sin \frac{1}{n^2}.$			
$\lim_n \frac{n^3 - 2n \sin n}{\sqrt{n+1}(2+n^2)}, \quad \lim_n (1+n^2) \left( \frac{1 + \sqrt{n^5}}{\sqrt{n^5+1} - \cos^2 \frac{1}{n}} \right).$			
<input type="checkbox"/> sostituito da <input type="checkbox"/> in collaborazione con			

Firma .....

<input type="checkbox"/> Lezione	<input checked="" type="checkbox"/> Esercitazione	<input type="checkbox"/> Laboratorio	<input type="checkbox"/> Seminario
Data 4.12.2008	Totale ore 1		
Argomento:			
<i>Esercizi sui limiti:</i>			
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^2+1} - \sqrt[3]{x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x^2}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \cos \frac{1}{n} \right)^{\frac{1}{\sin \frac{1}{n^2}}}.$			
<input type="checkbox"/> sostituito da <input type="checkbox"/> in collaborazione con			

Firma .....

Lezione    Esercitazione    Laboratorio    Seminario  
 Data 10.12.2008                      Totale ore   2  
 Argomento:  
 I seguenti limiti non esistono:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \chi_{\mathbb{Q}}(x), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sin x, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \sin n.$$

Riepilogo delle proprietà di  $\liminf$  e  $\limsup$ . Per casa cercare di dimostrare che  $\limsup_n \sin n = 1$ .  
 Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin \frac{1 + 2\pi x^2}{x}$$

non esiste, invece il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n \sin \frac{1 + 2\pi n^2}{n}$$

esiste (e vale 1).  
 Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n \sin \frac{1 + \pi n^2}{n}$$

non esiste.  
 Esercizi sugli ordini di infinito:

$$\lim_n \frac{n \log n + n!}{n^n + 2^n}, \quad \lim_n \frac{n^2 + 2^n}{n}.$$

Per casa:

$$\lim_n \frac{(n+1)! - 2^n}{n! + \log n} \sin \frac{1}{n}, \quad \lim_n \left( \frac{n^2 + 2n + 7}{n^2 + 6} \right)^n, \quad \lim_n n \sin \sin \frac{1}{n}.$$

sostituito da    in collaborazione con

Firma .....

Lezione    Esercitazione    Laboratorio    Seminario  
 Data 11.12.2008                      Totale ore   1  
 Argomento:  
 Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_n \frac{2^n!}{2^{n!}}, \quad \lim_n \frac{n!^2}{n^{2!}}, \quad \lim_n \frac{n^{n!}}{n!^n}.$$

Calcolare  $\lim_n \frac{\lfloor \sqrt{2n} \rfloor}{n}$ .  
 sostituito da    in collaborazione con

Firma .....

Lezione     Esercitazione     Laboratorio     Seminario  
 Data 17.12.2008                      Totale ore    2  
 Argomento:  
 Determinare il lim inf e il lim sup della seguente successione:

$$\sqrt{n} - \lfloor \sqrt{n} \rfloor.$$

Continuità. Operazioni con le funzioni continue. Esempi di funzioni continue e non. La funzione  $f: [0, 1] \cup (2, 3] \rightarrow [0, 2]$  definita da

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \in [0, 1] \\ x - 1 & \text{se } x \in (2, 3] \end{cases}$$

è continua e invertibile, ma l'inversa non è continua.  
 sostituito da     in collaborazione con

Firma .....

Lezione     Esercitazione     Laboratorio     Seminario  
 Data 18.12.2008                      Totale ore    1  
 Argomento:  
 Studiare la continuità delle seguenti funzioni

$$\begin{cases} e^{1/x} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} e^{1/x} & \text{se } x < 0 \\ 0 & \text{se } x \geq 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin(1/x) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} x \sin(1/x) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Anticipazione del teorema degli zeri e del teorema dei valori intermedi.  
 Dimostrare che l'equazione

$$x^7 + 3x^2 - 5x + 17 = 0$$

ha soluzione.  
 Sia  $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  una funzione continua. Dimostrare che l'equazione  $f(x) = x$  ha soluzione.  
 sostituito da     in collaborazione con

Firma .....

Lezione    Esercitazione    Laboratorio    Seminario  
 Data 7.1.2009                      Totale ore   2  
 Argomento:  
*Successioni definite per ricorrenza:*

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = 4 - \frac{1}{a_n}, \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 = 0 \\ a_{n+1} = 1 + a_n^2, \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = 1 + \frac{1}{a_n}, \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 = \frac{1}{2} \\ a_{n+1} = 1 - \frac{1}{a_n}. \end{cases}$$

sostituito da    in collaborazione con

Firma .....

Lezione    Esercitazione    Laboratorio    Seminario  
 Data 8.1.2009                      Totale ore   1  
 Argomento:  
*Successioni definite per ricorrenza:*

$$\begin{cases} a_1 = \alpha \\ a_{n+1} = \frac{1}{2-a_n} \end{cases}$$

Calcolare il  $\lim a_n$  per  $\alpha = -2006$  e per  $\alpha = 2006/2004$ . Quali sono i valori di  $\alpha$  per i quali la successione non è ben definita?  
 Calcolare  $\lim F_{n+1}/F_n$  dove  $F_n$  è la successione di Fibonacci: 1, 1, 2, 3, 5, ...

sostituito da    in collaborazione con

Firma .....

Lezione    Esercitazione    Laboratorio    Seminario  
 Data 14.1.2009                      Totale ore   2  
 Argomento:  
*Successioni definite per ricorrenza. Se  $f : I \rightarrow I$  è crescente allora una successione che soddisfa  $a_{n+1} = f(a_n)$  risulta essere monotona. Se  $f : I \rightarrow I$  è decrescente allora le successioni  $a_{2n}$  e  $a_{2n-1}$  sono monotone.*  
*Al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  determinare il limite della successione definita da*

$$\begin{cases} a_1 = \alpha, \\ a_{n+1} = \frac{a_n^2 - a_n}{2}. \end{cases}$$

sostituito da    in collaborazione con

Firma .....



Lezione    Esercitazione    Laboratorio    Seminario

Data 15.1.2009                      Totale ore   1

Argomento:

*Al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  determinare (se esiste) il limite della successione definita da*

$$\begin{cases} a_1 = \alpha, \\ a_{n+1} = 1 - a_n^2. \end{cases}$$

sostituito da    in collaborazione con

Firma .....

Lezione    Esercitazione    Laboratorio    Seminario

Data 21.1.2009                      Totale ore   2

Argomento:

*Formule di derivazione: derivata delle funzioni elementari, derivata della somma, del prodotto e del rapporto, derivata della funzione composta e della funzione inversa.*

*Dire se le seguenti funzioni sono continue, derivabili e se la derivata è continua:*

$$\begin{cases} x^2 & \text{se } x > 0 \\ x & \text{se } x \leq 0, \end{cases} \quad \begin{cases} \arctan x & \text{se } x \geq 0 \\ \sin x & \text{se } x < 0, \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 & \text{se } x \geq 0 \\ \cos x & \text{se } x < 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

sostituito da    in collaborazione con

Firma .....

Lezione    Esercitazione    Laboratorio    Seminario

Data 22.1.2009                      Totale ore   1

Argomento:

*Studiare continuità e derivabilità della funzione*

$$f(x) = \begin{cases} (2x - \pi) \tan x & \text{se } \cos x \neq 0 \\ -2 & \text{se } \cos x = 0. \end{cases}$$

sostituito da    in collaborazione con

Firma .....

Lezione     Esercitazione     Laboratorio     Seminario

Data 28.1.2009                      Totale ore    2

Argomento:

*Digressione sulle funzioni continue e gli invarianti topologici. Trovare esempi o dimostrare la non esistenza di:*

1. *una funzione continua, bigettiva, con inversa continua  $f: (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ ;*
2. *una funzione continua, surgettiva  $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ;*
3. *una funzione continua, surgettiva  $f: (0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ;*
4. *una funzione continua, bigettiva  $f: (0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ;*
5. *una funzione (non continua) bigettiva  $f: (0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  (per casa).*

*Nozioni iniziali sullo studio di funzioni: campo di esistenza, comportamento ai limiti, esistenza della derivata, intervalli di monotonia, massimi-minimi...*

sostituito da     in collaborazione con

Firma .....

Lezione     Esercitazione     Laboratorio     Seminario

Data 29.1.2009                      Totale ore    1

Argomento:

*Come si determinano gli asintoti obliqui. La funzione  $(1 + 1/x) \log x$  non ha un asintoto obliquo.*

*Studio di funzione:*

$$f(x) = x e^{\frac{1}{1-|x|}}.$$

*Trovare gli asintoti obliqui e dire se la funzione attraversa gli asintoti.*

sostituito da     in collaborazione con

Firma .....

<input type="checkbox"/> Lezione <input checked="" type="checkbox"/> Esercitazione <input type="checkbox"/> Laboratorio <input type="checkbox"/> Seminario Data 12.2.2009                      Totale ore    2 Argomento: <i>Completato esercizio della volta precedente. I seguenti sono esercizi presi dal compito di Analisi I modulo (del 4.2.2009). Calcolare</i> $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n!}$ <i>Mostrare che la funzione</i> $f(x) = x \sin  x $ <i>è continua e derivabile. La derivata è continua?</i> <i>Si consideri la funzione</i> $f(x) = x - \arctan x.$ <i>Dimostrare che <math>f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}</math> è bigettiva. Sia <math>g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}</math> la funzione inversa di <math>f</math>. In quali punti <math>g</math> è derivabile? Calcolare <math>g'(1 - \pi/4)</math>.</i> <input type="checkbox"/> sostituito da <input type="checkbox"/> in collaborazione con
--

Firma .....

<input type="checkbox"/> Lezione <input checked="" type="checkbox"/> Esercitazione <input type="checkbox"/> Laboratorio <input type="checkbox"/> Seminario Data 18.2.2009                      Totale ore    2 Argomento: <i>Studiare qualitativamente la funzione</i> $f(x) = \sqrt{x} \left  1 + \frac{1}{\log x} \right .$ <i>Studiare qualitativamente la funzione</i> $f(x) = x^3 e^{\frac{1}{x}}.$ <input type="checkbox"/> sostituito da <input type="checkbox"/> in collaborazione con
---

Firma .....

<input type="checkbox"/> Lezione	<input checked="" type="checkbox"/> Esercitazione	<input type="checkbox"/> Laboratorio	<input type="checkbox"/> Seminario
Data 23.2.2009	Totale ore 2		
Argomento:			
<i>Determinare il numero di soluzioni dell'equazione</i>			
$x^4 - 4ax^3 + a = 0$			
<i>al variare del parametro <math>a \in \mathbb{R}</math>. Quante di queste soluzioni sono maggiori di 1? Al variare di <math>a \in \mathbb{R}</math> determinare il numero di soluzioni dell'equazione</i>			
$x^2 e^{-x} = a.$			
<i>Studio qualitativo della funzione</i>			
$f(x) = \sqrt{1 + \sin x} + \sin x.$			
<input type="checkbox"/> sostituito da <input type="checkbox"/> in collaborazione con			

Firma .....

<input type="checkbox"/> Lezione	<input checked="" type="checkbox"/> Esercitazione	<input type="checkbox"/> Laboratorio	<input type="checkbox"/> Seminario
Data 25.2.2009	Totale ore 2		
Argomento:			
<i>Richiami sulla convessità. La disuguaglianza di Young:</i>			
$xy \leq \frac{1}{p}x^p + \frac{1}{q}y^q \quad \text{per ogni } x, y \geq 0, p, q > 0, \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1.$			
<i>Dimostrare che <math>e^x \geq 1 + x + \frac{x^2}{2}</math> per ogni <math>x \geq 0</math>. Mostrare che vale la disuguaglianza opposta quando <math>x \leq 0</math>.</i>			
<input type="checkbox"/> sostituito da <input type="checkbox"/> in collaborazione con			

Firma .....

<input type="checkbox"/> Lezione	<input checked="" type="checkbox"/> Esercitazione	<input type="checkbox"/> Laboratorio	<input type="checkbox"/> Seminario
Data 2.3.2009	Totale ore 1		
Argomento:			
<i>Definizione di primitiva. L'integrale indefinito come insieme delle primitive. Il teorema di caratterizzazione dell'insieme delle primitive. Primitive immediate date dalle formule di derivazione.</i>			
<input type="checkbox"/> sostituito da <input type="checkbox"/> in collaborazione con			

Firma .....

Lezione    Esercitazione    Laboratorio    Seminario  
 Data 4.3.2009                      Totale ore   2  
 Argomento:  
*Trovare almeno una primitiva delle seguenti funzioni:*

$$(x^2 + 2)^2, \quad \frac{1}{1-x}, \quad \frac{x+1}{x^2+2x}, \quad e^{3x}, \quad xe^{-x^2}, \quad \frac{1}{x \log x}, \quad \sin^7 x \cos x,$$

$$\sin x \cos x, \quad (e^x + 1)^2, \quad \sin^2 x, \quad \frac{2x}{1+x^2}, \quad \frac{1}{1+x^2}, \quad \frac{1}{1-x^2},$$

$$\frac{1}{x^2+2}, \quad \frac{1}{x \log^2 x}, \quad \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}, \quad x \sin(x^2), \quad \frac{\arctan x}{1+x^2},$$

$$\tan^2 x, \quad \frac{1}{\cos^2 x}, \quad \frac{1}{\sin^2 x}, \quad \frac{e^x}{1+e^{2x}}, \quad \frac{1}{x\sqrt{\log x}}, \quad \frac{1}{\tan x \sqrt{\log \sin x}}$$

sostituito da    in collaborazione con

Firma .....

Lezione    Esercitazione    Laboratorio    Seminario  
 Data 18.3.2009                      Totale ore   2  
 Argomento:  
*La formula di integrazione per parti. Trovare le primitive delle seguenti funzioni utilizzando l'integrazione per parti:*

$$x \log x, \quad \log x, \quad \arctan x, \quad x^3 \arctan x,$$

$$e^x \sin x, \quad \sin x \cos x.$$

*La formula di integrazione per sostituzione. Sostituzione diretta:*

$$\frac{1}{x \log x}, \quad \frac{\log x}{x^2}.$$

*Sostituzione inversa:*

$$\sqrt{1-x^2}, \quad \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}, \quad \sqrt{1+x^2}.$$

sostituito da    in collaborazione con

Firma .....

Lezione    Esercitazione    Laboratorio    Seminario

Data 19.3.2009                      Totale ore   1

Argomento:

*Integrazione delle funzioni razionali. Caso in cui abbiamo tutte le radici reali distinte:*

$$\frac{x-5}{x^2-5x+6}, \quad \frac{x^2-1}{x(x-3)(x-5)}.$$

*Caso in cui abbiamo tutte le radici reali, eventualmente con molteplicità:*

$$\frac{3x-1}{(x-1)(x-2)^2}.$$

sostituito da    in collaborazione con

Firma .....

Lezione    Esercitazione    Laboratorio    Seminario

Data 25.3.2009                      Totale ore   1

Argomento:

*Integrazione di funzioni razionali. Caso in cui al denominatore abbiamo radici complesse.*

*Trovare una primitiva di:*

$$\frac{1}{2x^2+4}, \quad \frac{1}{x^2+6x+15}, \quad \frac{3x-5}{x^2-4x+20},$$

$$\frac{x-2}{(x-3)(x^2+4)}, \quad \frac{1}{(1+x^2)^2}.$$

sostituito da    in collaborazione con

Firma .....

Lezione    Esercitazione    Laboratorio    Seminario

Data 30.2.2009                      Totale ore 1

Argomento:

*Integrali che "non si sanno" calcolare:*

$$\int e^{-x^2} dx, \quad \int \frac{\sin x}{x} dx, \quad \int \frac{1}{\log x} dx.$$

*Integrali da 15":*

$$\int \frac{e^x + \cos x}{e^x + \sin x} dx, \quad \int \frac{2}{\sqrt{x} - \sqrt{x+2}} dx, \quad \int \frac{\log \log x}{x} dx.$$

*Utilizzo della formula di Taylor nei limiti:*

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{x^3}.$$

sostituito da    in collaborazione con

Firma .....

Lezione    Esercitazione    Laboratorio    Seminario

Data 1.4.2009                      Totale ore 2

Argomento:

*Calcolare i seguenti limiti (utilizzando la formula di Taylor):*

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} + 2 \cos x - 3}{x \sin^3 x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x - x \cos x}{\sqrt{\tan^3 x^2}},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} + 2 \cos x - 3}{x \sin^3 x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x - x \cos x}{\sqrt{\tan^3 x^2}},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(\arctan(1/x)) - 1}{x^2}.$$

sostituito da    in collaborazione con

Firma .....

Lezione    Esercitazione    Laboratorio    Seminario

Data 22.4.2009                      Totale ore   2

Argomento:

*Dimostrare che  $x = 0$  è un punto di minimo locale per la funzione*

$$f(x) = x(6 \sin x - 6x + x^3)(2 \cos x - 2 + x^2) + x^2(e^{x^4} - 1 - x^4),$$

*Calcolare  $f^{iv}(0)$  per*

$$f(x) = (\sin(x^2) + e^x) \log(1 + x).$$

*Integrali definiti. Ripasso su: primitive, funzioni integrali, teorema fondamentale del calcolo, formula fondamentale del calcolo. Cambio di variabili negli integrali definiti. Calcolare:*

$$\int_{-\frac{1}{2}}^0 \frac{x}{\sqrt{1-x^4}} dx.$$

*L'integrale di una funzione dispari su un intervallo simmetrico è zero. Calcolare*

$$\int_{-1}^1 \frac{\cos x (e^x - e^{-x})}{\sqrt{1+x^2}} dx.$$

sostituito da    in collaborazione con

Firma .....

Lezione    Esercitazione    Laboratorio    Seminario

Data 29.4.2009                      Totale ore   1

Argomento:

*Calcolare i seguenti integrali definiti:*

$$\int_0^{2\pi} \sin^2 x dx \quad \int_0^{2\pi} \sin^7 x dx.$$

*Calcolare*

$$\int_{-1}^1 (x^2 + \sin x) \log(1 + x^2) dx.$$

*Studiare qualitativamente la funzione*

$$f(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt.$$

sostituito da    in collaborazione con

Firma .....



Lezione    Esercitazione    Laboratorio    Seminario

Data 30.4.2009                      Totale ore   2

Argomento:

Calcolare i seguenti integrali impropri al variare di  $p \in \mathbb{R}$ :

$$\int_0^1 x^p dx, \quad \int_1^{+\infty} x^p dx.$$

Criteri di convergenza basati sui criteri di asintoticità. Studiare la convergenza dei seguenti integrali impropri:

$$\int_0^{+\infty} x^2 e^{-x} dx, \quad \int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} \log\left(1 + \frac{1}{x}\right) dx, \quad \int_1^{+\infty} \left(\sin \frac{1}{x}\right)^2 dx$$

$$\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \log x} dx, \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sqrt{\tan x}} dx, \quad \int_0^1 \frac{1}{e^{\sqrt{x}} - 1} dx, \quad \int_0^1 \exp\left(-\frac{1}{x-1}\right) dx.$$

sostituito da    in collaborazione con

Firma .....

Lezione    Esercitazione    Laboratorio    Seminario

Data 6.5.2009                      Totale ore   2

Argomento:

Definizione della funzione  $\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} e^{-t} t^{x-1} dt$ . Dominio di  $\Gamma$ , studio qualitativo,  $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$ ,  $\Gamma(n+1) = n!$ .

Tramite confronto tra serie e integrali, dimostriamo che

$$\frac{n^n}{e^n} \leq n! \leq \frac{(n+1)^{(n+1)}}{2e^{(n+1)}}.$$

Sia  $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)$  continua e tale che  $f(0) = 1/42$ . Posto

$$g(x) = \int_0^{\frac{x^3}{3} + x} f(t) dt$$

si provi che  $g$  è iniettiva e che detta  $h(y)$  la funzione inversa di  $g$  (definita su  $g(\mathbb{R})$ ) si ha

$$h(y) = 42y + o(y), \quad y \rightarrow 0.$$

Calcolare l'ordine di infinitesimo per  $x \rightarrow 0^+$  della funzione

$$f(x) = \int_0^{\sqrt{x}} \log(\cos t) \tan^2 t dt.$$

sostituito da    in collaborazione con

Firma .....

 Lezione    Esercitazione    Laboratorio    Seminario

Data 13.5.2009                      Totale ore   2

Argomento:

Provare che

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \int_x^1 \frac{e^t - \cosh^2 \sqrt{t}}{t^3} dt = \infty$$

quindi calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\log x} \int_x^1 \frac{e^t - \cosh^2 \sqrt{t}}{t^3} dt = \infty.$$

Studiare la funzione

$$f(x) = x^2 + \int_0^x \frac{1}{1+t} \log(1+t^2) dt.$$

Studiare la funzione

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\tan x} \frac{\cos t}{1+t^2} dt.$$

 sostituito da    in collaborazione con

Firma .....

 Lezione    Esercitazione    Laboratorio    Seminario

Data 20.5.2009                      Totale ore   2

Argomento:

Studiare la funzione

$$f(x) = \int_1^{\log |x|} \arctan \frac{1}{\sqrt{|t|}} dt.$$

Studiare la funzione

$$f(x) = \int_0^x \arctan \sqrt{|1 + \log t|} dt.$$

 sostituito da    in collaborazione con

Firma .....

Lezione    Esercitazione    Laboratorio    Seminario

Data 22.5.2009                      Totale ore 1

Argomento:

*Serie numeriche. Ricapitolazione dei criteri di convergenza. Determinare il carattere delle seguenti serie*

$$\sum_k e^{\frac{1}{k}}, \quad \sum_k e^{-3k}, \quad \sum_k \frac{k!}{k^k}, \quad \sum_k \left(\frac{k-1}{k}\right)^{(k^2)}, \quad \sum_k \sin \frac{1}{k}.$$

sostituito da    in collaborazione con

Firma .....

**RIEPILOGO**

Lezioni	n° ore	0
Esercitazioni	n° ore	65
Laboratori	n° ore	0
Seminari	n° ore	0
<b>Totale ore</b>		<b>65</b>

Visto: IL PRESIDE DELLA FACOLTÀ

FIRMA DEL DOCENTE

.....

.....