

# Analisi Matematica 2

## Prova scritta n. 3

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2009-2010

9 settembre 2010

1. Si consideri la funzione  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x, y) = |x - y|y^2.$$

In quali punti tale funzione è differenziabile?

2. Si consideri la funzione

$$f(x, y) = x^4 + x^2y^3 + y^6.$$

Dimostare che il punto  $(0, 0)$  è un punto di minimo assoluto per  $f$  su  $\mathbb{R}^2$ .

3. Si consideri la curva  $\gamma: [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}^2$  definita dalle equazioni parametriche  $\gamma(t) = (x(t), y(t))$

$$\begin{cases} x(t) = t(9 - t^2) \\ y(t) = (t^2 - 1)(t^2 - 4). \end{cases} \quad t \in [-3, 3].$$

Calcolare

$$\int_{\gamma} \frac{-y dx + x dy}{x^2 + y^2}.$$

4. Disegnare il grafico della soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y^3 - 2xy^2 \\ y(2) = 2. \end{cases}$$

In particolare dimostrare che  $y(x)$  è definita per ogni  $x \in \mathbb{R}$  e determinare  $\lim y(x)$  per  $x \rightarrow +\infty$  e per  $x \rightarrow -\infty$ .