# Analisi Matematica II e Complementi
# Prova scritta preliminare n. 1
# Ingegneria, a.a. 2009-2010
# 16 aprile 2010

(spazio riservato al docente)

voto

ammonito

espulso

cognome | nome | matricola

risposte: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

codice compito: `BCBA ACDD DACB`

**1.** Il limite

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3 y}{x^4+y^4}$$

**(A)** vale $+\infty$, **(B)** vale 0, **(C)** vale 1, **(D)** non esiste.

**2.** Per la funzione $f(x,y)=\sin^2 x - y^2$ il punto $(0,0)$
**(A)** è un massimo locale, **(B)** è un minimo locale, **(C)** non è un punto critico, **(D)** è un punto sella.

**3.** Calcolare $\displaystyle\int_\gamma x\,dx + y\,dy$ con $\gamma(t)=(t,t)$, $t\in[0,1]$. Il risultato è:
**(A)** $\pi$, **(B)** $\frac{1}{2}$, **(C)** 0, **(D)** 1.

**4.** Tra i seguenti intervalli scegliere il più grande su cui la successione di funzioni $f_k(x)=\operatorname{arctg}(x+k)$ converge uniformemente.
**(A)** $[-1,+\infty)$, **(B)** $(-\infty,1]$, **(C)** $(-\infty,+\infty)$, **(D)** $[-1,1]$.

**5.** La serie $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{x^2+k^2}$
**(A)** converge totalmente su $[0,1]$ ma non su tutto $\mathbb{R}$, **(B)** converge totalmente su $[1,+\infty)$ ma non su tutto $\mathbb{R}$, **(C)** converge totalmente su tutto $\mathbb{R}$, **(D)** non converge puntualmente in nessun intervallo.

**6.** Si consideri il sistema non lineare: $\begin{cases} x' = y\sin x, \\ y' = x^2-1. \end{cases}$
Quanti sono i punti critici?
**(A)** nessuno, **(B)** 1, **(C)** infiniti, **(D)** 2.

**7.** Sia $y(x)$ la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x(1-y), \\ y(1)=0. \end{cases}$$

Allora il $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} y(x)$ vale
**(A)** 1, **(B)** 0, **(C)** $-\infty$, **(D)** $+\infty$.

**8.** Sia $f(x)=\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\frac{e^{-kx^4}}{k^3}$. Allora la funzione $f$ nel punto $x=0$
**(A)** non è definita, **(B)** è continua ma non derivabile, **(C)** non è continua, **(D)** è derivabile.

**9.** Il flusso del campo $v(x,y,z)=(x+y^2, x-2y, z)$ attraverso la superficie di una qualunque sfera orientata tramite la normale esterna, è
**(A)** negativo, **(B)** nullo, **(C)** positivo, **(D)** infinito.

**10.** La forma differenziale $\omega=\dfrac{x\,dx+y\,dy}{x^2+y^2}$ su $\mathbb{R}^2\setminus\{(0,0)\}$
**(A)** è chiusa ma non esatta, **(B)** non è definita, **(C)** è esatta, **(D)** è definita ma non chiusa.

**11.** La curva di equazione implicita

$$x^4+x^3+y^2+y=8$$

ha nel punto $(1,2)$ retta tangente di equazione
**(A)** $y=\frac{13}{6}x+\frac{17}{6}$, **(B)** $y=-\frac{7}{5}x+\frac{17}{5}$, **(C)** $y=\frac{5}{7}x+\frac{13}{7}$, **(D)** $y=-\frac{6}{13}x+\frac{32}{13}$.

**12.** Sia $f\colon\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ una funzione differenziabile tale che $f(x,y)=f(-x,-y)$. Allora possiamo affermare che
**(A)** $f$ ha un punto critico in $(0,0)$, **(B)** $f$ non è mai negativa, **(C)** $f$ è differenziabile due volte, **(D)** $f$ non è di classe $\mathcal{C}^2$.

# Analisi Matematica II e Complementi
# Prova scritta preliminare n. 1
# Ingegneria, a.a. 2009-2010
# 16 aprile 2010

| (spazio riservato al docente) | voto |
| --- | --- |
| ☐ ammonito | ☐ |
| ☐ espulso | |

cognome ______________ nome ______________ matricola ______________

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| risposte: | | | | | | | | | | | | |

codice compito: `ACBD CDAA BCBD`

---

**1.** Il limite

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2y^2}{x^4+y^4}$$

**(A)** non esiste, **(B)** vale $+\infty$, **(C)** vale 1, **(D)** vale 0.

---

**2.** Per la funzione $f(x,y) = \sin^2 x + y^2$ il punto $(0,0)$
**(A)** è un minimo locale, **(B)** è un massimo locale, **(C)** è un punto sella, **(D)** non è un punto critico.

---

**3.** Calcolare $\displaystyle\int_\gamma x\,dx + y\,dy$ con $\gamma(t) = (t,t)$, $t \in [-1,1]$. Il risultato è:
**(A)** 0, **(B)** 1, **(C)** $\frac{1}{2}$, **(D)** $\pi$.

---

**4.** Tra i seguenti intervalli scegliere il più grande su cui la successione di funzioni $f_k(x) = \operatorname{arctg}(x-k)$ converge uniformemente.
**(A)** $[-1,1]$, **(B)** $(-\infty,+\infty)$, **(C)** $(-\infty,1]$, **(D)** $[-1,+\infty)$.

---

**5.** La serie $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{1+kx^4}$
**(A)** converge totalmente su tutto $\mathbb{R}$, **(B)** converge totalmente su $[0,1]$ ma non su tutto $\mathbb{R}$, **(C)** non converge puntualmente in nessun intervallo, **(D)** converge totalmente su $[1,+\infty)$ ma non su tutto $\mathbb{R}$.

---

**6.** Si consideri il sistema non lineare: $\begin{cases} x' = y\sin x, \\ y' = y^2 - 1. \end{cases}$

Quanti sono i punti critici?
**(A)** infiniti, **(B)** nessuno, **(C)** 1, **(D)** 2.

---

**7.** Sia $y(x)$ la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x(1+y), \\ y(1) = 0. \end{cases}$$

Allora il $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} y(x)$ vale
**(A)** $-\infty$, **(B)** 1, **(C)** $+\infty$, **(D)** 0.

---

**8.** Sia $f(x) = \displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{e^{-kx^4}}{k^4}$. Allora la funzione $f$ nel punto $x = 0$
**(A)** è derivabile, **(B)** è continua ma non derivabile, **(C)** non è continua, **(D)** non è definita.

---

**9.** Il flusso del campo $v(x,y,z) = (x-y^2, y-2z, x-2z)$ attraverso la superficie di una qualunque sfera orientata tramite la normale esterna, è
**(A)** negativo, **(B)** nullo, **(C)** positivo, **(D)** infinito.

---

**10.** La forma differenziale $\omega = \dfrac{x^3\,dx + y^3\,dy}{x^4+y^4}$ su $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$
**(A)** non è definita, **(B)** è definita ma non chiusa, **(C)** è chiusa ma non esatta, **(D)** è esatta.

---

**11.** La curva di equazione implicita

$$x^4 + x^2 + y^3 + y = 12$$

ha nel punto $(1,2)$ retta tangente di equazione
**(A)** $y = -\frac{6}{13}x + \frac{32}{13}$, **(B)** $y = -\frac{7}{5}x + \frac{17}{5}$, **(C)** $y = \frac{13}{6}x + \frac{17}{6}$, **(D)** $y = \frac{5}{7}x + \frac{13}{7}$.

---

**12.** Sia $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione differenziabile tale che $f(x,y) = f(-x,-y)$. Allora possiamo affermare che
**(A)** $f$ è differenziabile due volte, **(B)** $f$ non è mai negativa, **(C)** $f$ ha un punto critico in $(0,0)$, **(D)** $f$ non è di classe $\mathcal{C}^2$.

Analisi Matematica II e Complementi
Prova scritta preliminare n. 1
Ingegneria, a.a. 2009-2010
16 aprile 2010

(spazio riservato al docente)

voto

ammonito

espulso

cognome | nome | matricola

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| risposte: | | | | | | | | | | | | |

codice compito: ACBA BACD DCBD

**1.** Il limite
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^5+y^5}{x^4+y^4}$$
**(A)** vale $+\infty$, **(B)** non esiste, **(C)** vale 0, **(D)** vale 1.

**2.** Per la funzione $f(x,y) = x\sin y$ il punto $(0,0)$
**(A)** è un minimo locale, **(B)** non è un punto critico, **(C)** è un punto sella, **(D)** è un massimo locale.

**3.** Calcolare $\displaystyle\int_\gamma y\,dx - x\,dy$ con $\gamma(t) = (t,t)$, $t \in [0,1]$. Il risultato è:
**(A)** $\frac{1}{2}$, **(B)** 1, **(C)** 0, **(D)** $\pi$.

**4.** Tra i seguenti intervalli scegliere il più grande su cui la successione di funzioni $f_k(x) = \operatorname{arctg}(x+k)$ converge uniformemente.
**(A)** $(-\infty,1]$, **(B)** $[-1,+\infty)$, **(C)** $[-1,1]$, **(D)** $(-\infty,+\infty)$.

**5.** La serie $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{x^2+k^2}$
**(A)** converge totalmente su $[0,1]$ ma non su tutto $\mathbb{R}$, **(B)** converge totalmente su $[1,+\infty)$ ma non su tutto $\mathbb{R}$, **(C)** converge totalmente su tutto $\mathbb{R}$, **(D)** non converge puntualmente in nessun intervallo.

**6.** Si consideri il sistema non lineare: $\begin{cases} x' = \cos x, \\ y' = x^2 + y^2. \end{cases}$
Quanti sono i punti critici?
**(A)** 2, **(B)** infiniti, **(C)** nessuno, **(D)** 1.

**7.** Sia $y(x)$ la soluzione massimale del problema di Cauchy
$$\begin{cases} y' = x(y-1), \\ y(1) = 0. \end{cases}$$
Allora il $\lim_{x\to+\infty} y(x)$ vale
**(A)** 1, **(B)** 0, **(C)** $-\infty$, **(D)** $+\infty$.

**8.** Sia $f(x) = \displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{e^{-kx^4}}{k^3}$. Allora la funzione $f$ nel punto $x=0$
**(A)** non è definita, **(B)** non è continua, **(C)** è derivabile, **(D)** è continua ma non derivabile.

**9.** Il flusso del campo $v(x,y,z) = (x^3, x+z^2, x-y)$ attraverso la superficie di una qualunque sfera orientata tramite la normale esterna, è
**(A)** nullo, **(B)** positivo, **(C)** infinito, **(D)** negativo.

**10.** La forma differenziale $\omega = \dfrac{x\,dx + y\,dy}{x^2+y^2}$ su $\mathbb{R}^2\setminus\{(0,0)\}$
**(A)** è esatta, **(B)** non è definita, **(C)** è chiusa ma non esatta, **(D)** è definita ma non chiusa.

**11.** La curva di equazione implicita
$$x^4 + x^3 + y^2 + y = 8$$
ha nel punto $(1,2)$ retta tangente di equazione
**(A)** $y = -\frac{7}{5}x + \frac{17}{5}$, **(B)** $y = \frac{5}{7}x + \frac{13}{7}$, **(C)** $y = \frac{13}{6}x + \frac{17}{6}$, **(D)** $y = -\frac{6}{13}x + \frac{32}{13}$.

**12.** Sia $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione differenziabile tale che $f(x,y) = f(-x,-y)$. Allora possiamo affermare che
**(A)** $f$ non è di classe $\mathcal{C}^2$, **(B)** $f$ non è mai negativa, **(C)** $f$ ha un punto critico in $(0,0)$, **(D)** $f$ è differenziabile due volte.

# Analisi Matematica II e Complementi
# Prova scritta preliminare n. 1
# Ingegneria, a.a. 2009-2010
# 16 aprile 2010

(spazio riservato al docente)

voto

ammonito

espulso

cognome | nome | matricola

| risposte: | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | | |

codice compito: `CBAC CDDA BADB`

**1.** Il limite

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2y^3}{x^4+y^4}$$

**(A)** vale $+\infty$, **(B)** vale 1, **(C)** non esiste, **(D)** vale 0.

**2.** Per la funzione $f(x,y)=\sin^2 x - y^2$ il punto $(0,0)$
**(A)** è un massimo locale, **(B)** non è un punto critico, **(C)** è un minimo locale, **(D)** è un punto sella.

**3.** Calcolare $\displaystyle\int_\gamma y\,dx + x\,dy$ con $\gamma(t)=(t,t)$, $t\in[0,1]$. Il risultato è:
**(A)** $\pi$, **(B)** 0, **(C)** $\frac{1}{2}$, **(D)** 1.

**4.** Tra i seguenti intervalli scegliere il più grande su cui la successione di funzioni $f_k(x)=\operatorname{arctg}(x-k)$ converge uniformemente.
**(A)** $[-1,1]$, **(B)** $(-\infty,+\infty)$, **(C)** $(-\infty,1]$, **(D)** $[-1,+\infty)$.

**5.** La serie $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{1+kx^4}$
**(A)** converge totalmente su $[1,+\infty)$ ma non su tutto $\mathbb{R}$, **(B)** non converge puntualmente in nessun intervallo, **(C)** converge totalmente su $[0,1]$ ma non su tutto $\mathbb{R}$, **(D)** converge totalmente su tutto $\mathbb{R}$.

**6.** Si consideri il sistema non lineare: $\begin{cases} x' = y\sin x, \\ y' = x+1. \end{cases}$
Quanti sono i punti critici?
**(A)** nessuno, **(B)** 2, **(C)** infiniti, **(D)** 1.

**7.** Sia $y(x)$ la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x(1-y), \\ y(1)=0. \end{cases}$$

Allora il $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} y(x)$ vale
**(A)** 1, **(B)** $+\infty$, **(C)** 0, **(D)** $-\infty$.

**8.** Sia $f(x)=\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\frac{e^{-kx^4}}{k^4}$. Allora la funzione $f$ nel punto $x=0$
**(A)** non è definita, **(B)** è continua ma non derivabile, **(C)** non è continua, **(D)** è derivabile.

**9.** Il flusso del campo $v(x,y,z)=(y-z^2, y^3-x, x)$ attraverso la superficie di una qualunque sfera orientata tramite la normale esterna, è
**(A)** positivo, **(B)** nullo, **(C)** negativo, **(D)** infinito.

**10.** La forma differenziale $\omega = \dfrac{x^3\,dx + y^3\,dy}{x^4+y^4}$ su $\mathbb{R}^2\setminus\{(0,0)\}$
**(A)** è definita ma non chiusa, **(B)** non è definita, **(C)** è chiusa ma non esatta, **(D)** è esatta.

**11.** La curva di equazione implicita

$$x^4+x^2+y^3+y=12$$

ha nel punto $(1,2)$ retta tangente di equazione
**(A)** $y=-\frac{7}{5}x+\frac{17}{5}$, **(B)** $y=\frac{5}{7}x+\frac{13}{7}$, **(C)** $y=-\frac{6}{13}x+\frac{32}{13}$, **(D)** $y=\frac{13}{6}x+\frac{17}{6}$.

**12.** Sia $f\colon\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ una funzione differenziabile tale che $f(x,y)=f(-x,-y)$. Allora possiamo affermare che
**(A)** $f$ ha un punto critico in $(0,0)$, **(B)** $f$ è differenziabile due volte, **(C)** $f$ non è di classe $\mathcal{C}^2$, **(D)** $f$ non è mai negativa.