

Matematica (gruppo A) (Probabilità e Statistica)

Cdl Biologia, a.a. 2011-2012

18 gennaio 2012

Esercizio 1. *In una certa località sciistica, durante l'inverno, la probabilità che la temperatura sia compresa tra -5 e 0 gradi è del 70% e in tal caso la probabilità che nevichi è il 5%. La probabilità che la temperatura sia inferiore a -5 gradi è del 10% e in tal caso la probabilità che nevichi è il 2%. La temperatura è superiore a 0 gradi con probabilità 20% e in tal caso non nevica.*

Se nevica, qual è la probabilità che la temperatura sia inferiore a -5 gradi?

Soluzione. Sia N l'evento "nevica" e siano T_1 , T_2 e T_3 i tre intervalli di temperatura. Le informazioni date sono

$$\begin{array}{ll} P(T_1) = 0.70 & P(N|T_1) = 0.05 \\ P(T_2) = 0.10 & P(N|T_2) = 0.02 \\ P(T_3) = 0.20 & P(N|T_3) = 0.00 \end{array}$$

e ci viene chiesto di calcolare $P(T_2|N)$. Utilizzando la formula di Bayes si ha

$$P(N) = P(N|T_1) \cdot P(T_1) + P(N|T_2) \cdot P(T_2) + P(N|T_3) \cdot P(T_3) = 0.37$$

e quindi

$$P(T_2|N) = \frac{P(N|T_2) \cdot P(T_2)}{P(N)} = 0.054 = 5.4\%$$

Esercizio 2. *In una certa località sciistica, durante l'inverno, la probabilità che la temperatura sia compresa tra -5 e 0 gradi è del 60% e in tal caso la probabilità che nevichi è il 5%. La probabilità che la temperatura sia inferiore a -5 gradi è del 15% e in tal caso la probabilità che nevichi è il 2%. La temperatura è superiore a 0 gradi con probabilità 25% e in tal caso non nevica.*

Se nevica, qual è la probabilità che la temperatura sia inferiore a -5 gradi?

Soluzione. $0.091 = 9.1\%$

Esercizio 3. In una certa località sciistica, durante l'inverno, la probabilità che la temperatura sia compresa tra -5 e 0 gradi è del 60% e in tal caso la probabilità che nevichi è il 10%. La probabilità che la temperatura sia inferiore a -5 gradi è del 15% e in tal caso la probabilità che nevichi è il 2%. La temperatura è superiore a 0 gradi con probabilità 25% e in tal caso non nevica.

Se nevica, qual è la probabilità che la temperatura sia inferiore a -5 gradi?

Soluzione. $0.048 = 4.8\%$

Esercizio 4. In una certa località sciistica, durante l'inverno, la probabilità che la temperatura sia compresa tra -5 e 0 gradi è del 70% e in tal caso la probabilità che nevichi è il 7%. La probabilità che la temperatura sia inferiore a -5 gradi è del 10% e in tal caso la probabilità che nevichi è il 3%. La temperatura è superiore a 0 gradi con probabilità 20% e in tal caso non nevica.

Se nevica, qual è la probabilità che la temperatura sia inferiore a -5 gradi?

Soluzione. $0.058 = 5.8\%$

Esercizio 5. In una certa località sciistica, durante l'inverno, la probabilità che la temperatura sia compresa tra -5 e 0 gradi è dell'80% e in tal caso la probabilità che nevichi è il 7%. La probabilità che la temperatura sia inferiore a -5 gradi è del 10% e in tal caso la probabilità che nevichi è il 3%. La temperatura è superiore a 0 gradi con probabilità 10% e in tal caso non nevica.

Se nevica, qual è la probabilità che la temperatura sia inferiore a -5 gradi?

Soluzione. $0.051 = 5.1\%$

Esercizio 6. In una certa località sciistica, durante l'inverno, la probabilità che la temperatura sia compresa tra -5 e 0 gradi è del 70% e in tal caso la probabilità che nevichi è il 7%. La probabilità che la temperatura sia inferiore a -5 gradi è del 15% e in tal caso la probabilità che nevichi è il 3%. La temperatura è superiore a 0 gradi con probabilità 15% e in tal caso non nevica.

Se nevica, qual è la probabilità che la temperatura sia inferiore a -5 gradi?

Soluzione. $0.084 = 8.4\%$

Esercizio 7. In un negozio si vendono sciarpe, guanti e berretti rispettivamente a 10, 8 e 7 euro. Un articolo venduto è nel 40% dei casi una sciarpa, nel 10% un paio di guanti e nel 50% un berretto. Calcolare media e varianza dell'incasso per un articolo venduto. Sapendo che in una giornata vengono venduti 150 articoli, calcolare la probabilità che l'incasso sia inferiore a 1220 euro.

Soluzione. Per un articolo venduto si ha:

$$\begin{aligned}\mu &= 10 \cdot 0.40 + 8 \cdot 0.10 + 7 \cdot 0.50 = 8.30 \\ \sigma^2 &= (10 - \mu)^2 \cdot 0.40 + (8 - \mu)^2 \cdot 0.10 + (7 - \mu)^2 \cdot 0.50 = 2.01\end{aligned}$$

La distribuzione dell'incasso X per 150 articoli venduti può essere approssimata con una gaussiana di media $m = 150\mu = 1245$ euro e di deviazione standard $s = \sqrt{150 \cdot \sigma^2} = 17.36$ euro. Dunque la probabilità richiesta è data da

$$\begin{aligned} P(X < 1220) &= P\left(Z < \frac{1220 - 1245}{17.36}\right) = \Phi(-1.44) + \frac{1}{2} \\ &= 0.500 - 0.4251 = 0.075 = 7.5\% \end{aligned}$$

Esercizio 8. *In un negozio si vendono sciarpe, guanti e berretti rispettivamente a 10, 7 e 8 euro. Un articolo venduto è nel 40% dei casi una sciarpa, nel 10% un paio di guanti e nel 50% un berretto. Calcolare media e varianza dell'incasso per un articolo venduto. Sapendo che in una giornata vengono venduti 150 articoli, calcolare la probabilità che l'incasso sia inferiore a 1290 euro.*

Soluzione. $\mu = 8.70$, $\sigma^2 = 1.21$, $p = 0.13$

Esercizio 9. *In un negozio si vendono sciarpe, guanti e berretti rispettivamente a 10, 8 e 7 euro. Un articolo venduto è nel 50% dei casi una sciarpa, nel 10% un paio di guanti e nel 40% un berretto. Calcolare media e varianza dell'incasso per un articolo venduto. Sapendo che in una giornata vengono venduti 150 articoli, calcolare la probabilità che l'incasso sia inferiore a 1280 euro.*

Soluzione. $\mu = 8.60$, $\sigma^2 = 2.04$, $p = 0.28$

Esercizio 10. *In un negozio si vendono sciarpe, guanti e berretti rispettivamente a 10, 8 e 5 euro. Un articolo venduto è nel 50% dei casi una sciarpa, nel 10% un paio di guanti e nel 40% un berretto. Calcolare media e varianza dell'incasso per un articolo venduto. Sapendo che in una giornata vengono venduti 150 articoli, calcolare la probabilità che l'incasso sia inferiore a 1150 euro.*

Soluzione. $\mu = 7.80$, $\sigma^2 = 5.56$, $p = 0.24$

Esercizio 11. *In un negozio si vendono sciarpe, guanti e berretti rispettivamente a 10, 8 e 5 euro. Un articolo venduto è nel 40% dei casi una sciarpa, nel 10% un paio di guanti e nel 50% un berretto. Calcolare media e varianza dell'incasso per un articolo venduto. Sapendo che in una giornata vengono venduti 150 articoli, calcolare la probabilità che l'incasso sia inferiore a 1080 euro.*

Soluzione. $\mu = 7.30$, $\sigma^2 = 5.61$, $p = 0.30$

Esercizio 12. *In un negozio si vendono sciarpe, guanti e berretti rispettivamente a 8, 7 e 5 euro. Un articolo venduto è nel 40% dei casi una sciarpa, nel 10% un paio di guanti e nel 50% un berretto. Calcolare media e varianza dell'incasso per un articolo venduto. Sapendo che in una giornata vengono venduti 150 articoli, calcolare la probabilità che l'incasso sia inferiore a 945 euro.*

Soluzione. $\mu = 6.40$, $\sigma^2 = 2.04$, $p = 0.20$