

Analisi Matematica Uno

Prova scritta n. 4

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2012-2013

24 settembre 2013

1. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \frac{x^2}{2} - \cos(\sin x)}{x^4}.$$

2. Calcolare

$$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{x}{x^2 + 1} + x^2 \right) \cos x \, dx.$$

3. Si dimostri che per $x > 0$ la funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{2} + \sin \log x}{x}$$

è strettamente decrescente. Si stabilisca inoltre se la funzione ammette punti di flesso a tangente orizzontale. Si disegni approssimativamente il grafico della funzione per $x \in (0, +\infty)$.

4. Studiare la convergenza della serie numerica

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k} \left(\sqrt{2} + \sin \log k \right).$$

Stabilire inoltre se la serie converge assolutamente.