

Analisi Matematica I – CdL Fisica e Astrofisica
Prima prova scritta parziale - 14 Novembre 2013

Esercizio 1. Determinare insieme derivato, estremo superiore ed inferiore ed eventuali massimo e minimo dell'insieme

$$A = \left\{ \frac{2n-3}{n^2}, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Esercizio 2. Calcolare

$$(a) \quad \lim_{x \rightarrow e} \frac{\log \frac{x}{e}}{x - e}$$
$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow e} (\log x)^{\frac{x}{x^2 - e^2}}$$

Esercizio 3. Al variare del parametro reale positivo x determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{x^n + 4^n}$$

Nel caso $x = 8$ quanti termini devo sommare per approssimare la somma della serie con un errore inferiore ad $\frac{1}{100}$?

Esercizio 4. Siano $f, g: [2, +\infty) \rightarrow [2, +\infty)$ due funzioni tali che

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 1.$$

Dimostrare o confutare (con opportuni esempi) le seguenti affermazioni.

- a) Se f ha un asintoto orizzontale, anche g ha un asintoto orizzontale.
- b) Se f ha un asintoto obliquo, anche g ha un asintoto obliquo.
- c) Si ha

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log f(x)}{\log g(x)} = 1.$$