

**Analisi Matematica I** – CdL Fisica e Astrofisica  
Secondo Appello - 17 Febbraio 2014

**Esercizio 1.** Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(2n)!}{n^{(2n)}}.$$

**Esercizio 2.** Data la funzione

$$f(x) = \frac{x+1}{|\log(x)|}$$

- (a) provare che  $f$  è monotona crescente in  $(0, 1)$ ;
- (b) provare che  $f$  ammette un minimo locale in  $\bar{x} \in (1, +\infty)$  per qualche  $\bar{x} > 2$ .
- (c) Sia  $\hat{f}$  la restrizione di  $f$  all'intervallo  $(1, \bar{x})$  e sia  $g := \hat{f}^{-1}$ . Calcolare  $g'(y_0)$ , dove  $y_0 = f(2)$ .

**Esercizio 3.** Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_n^{n+1} \frac{1}{x + \cos x} dx$$

**Esercizio 4.** Al variare dei parametri reali positivi  $\alpha$  e  $\beta$ , determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (1 - \cos(\log(1 + \sin(n^{-\alpha})))) \tan(n^{-\beta}).$$