Analisi Matematica I
Prova scritta preliminare n. 3

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2014-2015

23 aprile 2015

$\boxed{\texttt{AA****AA}}$

1. Studiare le seguenti funzioni nell'intervallo $[0, \pi]$ e disegnarne approssimativamente il grafico
$$f(x) = \cos^2 x \,-\, \cos x\,,$$
$$F(x) = \int_0^x \left\{\cos^2 t \,-\, \cos t\right\}\, dt\,.$$

2. Calcolare
$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{\sin x} - e^x}{\log(1 + x^3)}$$

3. Determinare la formula di Taylor con resto di Peano, di centro $x_0 = 0$, al primo e al secondo ordine per la funzione
$$f(x) = \begin{cases} (1+x)^{\frac{1}{x}} & \text{se } x \neq 0 \\ e & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

4. Stabilire se la seguente serie è convergente e se è assolutamente convergente:
$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{k^2 - \sin k}{k^3 + 5\cos k}$$

N.B. Sulla prima pagina del compito occorre scrivere, oltre al proprio nome e cognome, il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto. Non è necessario consegnare questo foglio.

Analisi Matematica I
Prova scritta preliminare n. 3

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2014-2015

23 aprile 2015

BB****BB

1. Studiare le seguenti funzioni nell'intervallo $[0, \pi]$ e disegnarne approssimativamente il grafico
$$f(x) = \cos^2 x + \cos x,$$
$$F(x) = \int_0^x \left\{\cos^2 t + \cos t\right\} dt.$$

2. Calcolare
$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - e^{\sin x}}{x - \operatorname{arctg} x}$$

3. Determinare la formula di Taylor con resto di Peano, di centro $x_0 = 0$, al primo e al secondo ordine per la funzione
$$f(x) = \begin{cases} (1-x)^{\frac{1}{x}} & \text{se } x \neq 0 \\ 1/e & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

4. Stabilire se la seguente serie è convergente e se è assolutamente convergente:
$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{k^2 + \cos k}{k^3 + 2\sin k}$$

N.B. Sulla prima pagina del compito occorre scrivere, oltre al proprio nome e cognome, il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto. Non è necessario consegnare questo foglio.

Analisi Matematica I
Prova scritta preliminare n. 3

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2014-2015

23 aprile 2015

CC****CC

1. Studiare le seguenti funzioni nell'intervallo $[0, \pi]$ e disegnarne approssimativamente il grafico
$$f\,(x) = \sin x \,-\, \sin^2 x\,,$$
$$F\,(x) = \int_0^x \left\{\sin t \,-\, \sin^2 t\right\}\,dt\,.$$

2. Calcolare
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x^3}-1}{e^{\sin x}-e^x}$$

3. Determinare la formula di Taylor con resto di Peano, di centro $x_0 = 0$, al primo e al secondo ordine per la funzione
$$f(x) = \begin{cases} (1+x)^{-\frac{1}{x}} & \text{se } x \neq 0 \\ 1/e & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

4. Stabilire se la seguente serie è convergente e se è assolutamente convergente:
$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{k^2 - 2\sin k}{k^3 + \cos k}$$

N.B. Sulla prima pagina del compito occorre scrivere, oltre al proprio nome e cognome, il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto. Non è necessario consegnare questo foglio.

Analisi Matematica I
Prova scritta preliminare n. 3

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2014-2015

23 aprile 2015

DD****DD

1. Studiare le seguenti funzioni nell'intervallo $[0, \pi]$ e disegnarne approssimativamente il grafico
$$f(x) = \sin^2 x + \cos x\,,$$
$$F(x) = \int_0^x \left\{\sin^2 t + \cos t\right\}\, dt\,.$$

2. Calcolare
$$\lim_{x\to 0} \frac{x\cos x - x}{e^x - e^{\sin x}}$$

3. Determinare la formula di Taylor con resto di Peano, di centro $x_0 = 0$, al primo e al secondo ordine per la funzione
$$f(x) = \begin{cases} (1-x)^{-\frac{1}{x}} & \text{se } x \neq 0 \\ e & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

4. Stabilire se la seguente serie è convergente e se è assolutamente convergente:
$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{k^2 - 3\cos k}{k^3 + \sin k}$$

N.B. Sulla prima pagina del compito occorre scrivere, oltre al proprio nome e cognome, il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto. Non è necessario consegnare questo foglio.