

Analisi Matematica II – CdL Fisica e Astrofisica
Quinto appello - 13 Luglio 2015

Esercizio 1. Disegnare l'insieme

$$E := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq 0, x^2 + y^2 \leq 1\} \cup \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, x + |y| \leq 1\}.$$

Data la funzione $f: E \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = \begin{cases} \max\{|x|, |y|\} & x \leq 0, \\ x^2 + |y| & x > 0, \end{cases}$

dimostrare che f è continua.

Calcolare gli estremi assoluti di f e individuare i punti estremanti.

Esercizio 2. Al variare di $n \in \mathbb{N}$ si considerino le funzioni

$$f_n(x) = \begin{cases} \frac{e^x}{\sqrt{1 - \cos \sqrt{x}}} & x \in (0, \frac{1}{n}) \\ 0 & x \in (\frac{1}{n}, 1). \end{cases}$$

Dimostrare che, per ogni $n \in \mathbb{N}$ la funzione f_n è sommabile in $(0, 1)$ e calcolare $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f_n(x) dx$.

Esercizio 3. Sia S la semisfera di raggio R definita da

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z \geq 0, x^2 + y^2 + z^2 = R^2\}.$$

Calcolare le coordinate del baricentro di S .

Esercizio 4. Sia $y = y(x)$ la soluzione di

$$\begin{cases} y' = 2\sqrt{1 - y^2}\sqrt{1 - x^2} \\ y(0) = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Calcolare $y(1)$.