

# Analisi Matematica B

## Prova scritta parziale n. 3

Corso di laurea in Fisica, 2017-2018

23 marzo 2018

1. Calcolare, se esiste,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1 - \cos x} \int_{x - \sin x}^{x + \sin x} (\cos t) \ln(1 + t) dt.$$

2. (a) Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_0^\pi \cos^4 x dx, \quad \int_0^\pi \cos^3 x dx.$$

- (b) Dire se convergono i seguenti integrali impropri:

$$\int_0^{+\infty} \cos^4 x dx, \quad \int_0^{+\infty} \cos^3 x dx$$

3. Posto

$$F(x) = \int_1^{e^x} \ln |\ln t| dt$$

- (a) verificare che per ogni  $x \in \mathbb{R}$  l'integrale converge, dunque  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  è ben definita (si intende, ovviamente,  $F(0) = 0$ ).
- (b) La funzione  $F$  è di classe  $C^1$ ?
- (c) Dire se la funzione ha asintoti orizzontali per  $x \rightarrow +\infty$  e/o per  $x \rightarrow -\infty$ .
- (d) Chiamata  $\text{Ei}(x)$  una primitiva della funzione  $e^x/x$  si scriva esplicitamente (utilizzando la funzione  $\text{Ei}$ ) una primitiva della funzione  $f(x) = \ln |\ln x|$ .