

# Analisi Matematica A e B

## Prova scritta parziale n. 4

Corso di laurea in Fisica, 2018-2019

17 aprile 2019

1. Determinare le soluzioni  $u(x)$  dell'equazione differenziale

$$u'' + u' - 2u = \sin x + \frac{e^x}{1 + e^x}.$$

2. Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} u' = 4x^3\sqrt{16 - u^2} \\ u(0) = \lambda. \end{cases}$$

Per  $\lambda = 0$  determinare la soluzione specificando l'intervallo massimale di esistenza. Per quali valori di  $\lambda$  la soluzione è unica?

3. Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} u' = (u^2 - 1)^3 \\ u(0) = \lambda. \end{cases}$$

Per  $\lambda = 0$  si dimostri che la soluzione massimale è una funzione definita su tutto  $\mathbb{R}$  e si determinino i limiti a  $\pm\infty$ . Se ne studi la convessità, si dimostri che la funzione è dispari e se ne scriva il polinomio di Taylor di ordine 4 centrato in 0.

Per  $\lambda = 2$  si studi la convessità della soluzione e si dimostri che la soluzione massimale ha un asintoto verticale. Facoltativo: si dia una stima del valore dell'ascissa dell'asintoto verticale.