

# Analisi Matematica B

## Prova scritta parziale n. 1

Corso di laurea in Fisica, 2019-2020

19 dicembre 2019

1. Studiare la convergenza semplice e assoluta della seguente serie al variare del parametro  $x \in \mathbb{R}$

$$\sum_k \frac{1 - x^k \cdot \ln k}{k \cdot \ln(x^2 + k)}.$$

2. Si consideri la seguente serie dipendente dal parametro  $x \in \mathbb{R}$ :

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{x^k \cdot (\sqrt{k} - 2)}{\sqrt{k!}}.$$

- (a) Dimostrare che per ogni  $x \in \mathbb{R}$  la serie è convergente;
  - (b) calcolare la somma della serie per  $x = 2$ .
3. Si consideri la seguente successione definita per ricorrenza:

$$\begin{cases} a_0 = \alpha, \\ a_{n+1} = a_n^2 - a_n + \frac{3}{4}. \end{cases}$$

- (a) al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$  determinare (se esiste) il limite  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$ ;
- (b) nel caso  $\alpha = 2019/2020$  dimostrare che  $|2 \cdot a_5 - 1| < 10^{-9}$ .