

Analisi Matematica

Prova scritta n. 5

Corso di laurea in Fisica, 2019-2020

15 gennaio 2021

1. Si consideri la serie

$$\sum_n \frac{(n!)^\alpha}{(4n)!} x^n$$

Per quali valori dei parametri reali $\alpha > 0$ e $x \in \mathbb{R}$ la serie converge?

2. Si consideri l'integrale improprio:

$$\int_0^1 \frac{\sin(e^x - 1) \sin(\pi x)}{x^\alpha |\ln(x)|^\beta} dx.$$

Per quali α e β reali positivi l'integrale è convergente?

3. Si consideri l'equazione differenziale:

$$u''(x) = u(x) + \frac{2}{1 + e^x}.$$

Quali sono tutte le soluzioni $u(x)$?