

Analisi Matematica

Prova scritta n. 1

Corso di laurea in Fisica, 2020-2021

1 giugno 2021

1. Calcolare al variare di $a \in \mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[4]{1+2x} - \sqrt{e^x} + \sin(ax^2)}{1 - \cos(3x)}.$$

2. Al variare di $x \in \mathbb{R}$ e $p = 2, 3, 4$ studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(n!)^p}{(3n)!} x^n.$$

3. Si risolva il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} u' = \frac{4}{3}x\sqrt{u} \ln(1+x^2) \\ u(\sqrt{3}) = \frac{4}{9}(-1 + \ln 8)^2. \end{cases}$$

Qual è l'intervallo massimale di esistenza delle soluzioni? Su quale intervallo la soluzione è unica?