

# Analisi Matematica A e B

## Prova scritta n. 2

Laurea in Fisica, a.a. 2021/22  
Università di Pisa

22 giugno 2022

1. Studiare, al variare di  $\alpha > 0$  e  $x \in \mathbb{R}$ , la convergenza assoluta e la convergenza semplice della serie

$$\sum_n x^n \cdot \left( n \cdot \left( \operatorname{tg} \frac{1}{n} \right) - \left( \cos \frac{1}{n} \right) - \frac{5}{6} \cdot \ln \left( 1 + \frac{1}{n^2} \right) \right)^\alpha.$$

2. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_1^x \frac{\sin \frac{1}{t}}{t} dt}{\int_{\frac{1}{x}}^1 \frac{1}{\sin t} dt}.$$

3. Sia dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} u'(x) = 2|u(x)| + 3x^2 \\ u(a) = 0 \end{cases}$$

con  $a$  fissato in  $\mathbb{R}$ .

- (a) Scrivere la soluzione, precisandone l'insieme massimale di esistenza.
- (b) Dire per quali valori di  $a$  la soluzione è di classe  $C^2$ .
- (c) Dire se esistono soluzioni dell'equazione definite su tutto  $\mathbb{R}$  sempre positive.