

# Analisi Matematica A e B

## Prova scritta n. 5

Laurea in Fisica, a.a. 2021/22  
Università di Pisa

9 gennaio 2023

1. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{3x^2 \cdot \sqrt{1-y^4}}{2y} \\ y(0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

trovare una soluzione definita su un intervallo massimale.

2. Si consideri l'integrale

$$\int_0^{2\pi} \frac{\sin x - x \cos x}{x^\alpha \cdot |\ln x|^\beta} dx.$$

Per quali  $\alpha$  e  $\beta$  l'integrale esiste ed è finito?

Calcolarlo esplicitamente per  $\beta = 0$ ,  $\alpha = 2$ .

3. Calcolare, se esiste,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{1}{x \sin x}}$$