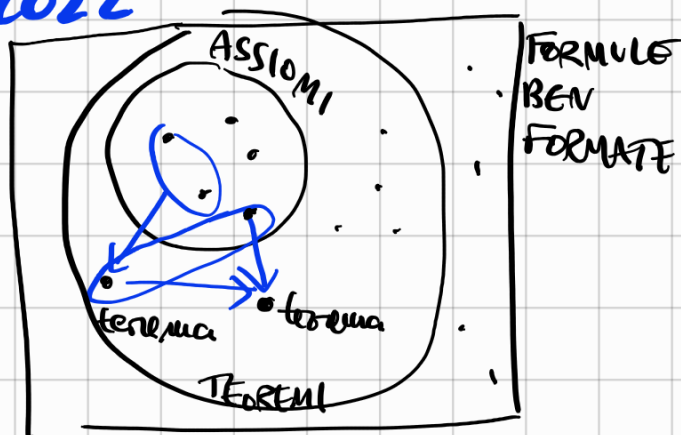


ANALISI MATEMATICA B

LEZIONE 2 - 21.9.2022

SISTEMI FORMALI



PROPOSIZIONI

formule con valore di verità

Es

$$5+3=2$$

ha un valore di verità (falso, in questo caso)

"3+5" non è una proposizione

Se P e Q sono proposizioni le posso combinare con gli **OPERATORI LOGICI**.

$P \wedge Q$ congiunzione logica

$P \vee Q$ disgiunzione logica

$\neg P$ negazione logica

P	Q	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$\neg P$	$P \vee Q$	$\neg(P \wedge Q)$	(*)
F	F	F	F	V	F	V	F
F	V	F	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	V	V	V
V	V	V	V	F	F	F	F

$$\frac{P \wedge Q}{Q \wedge P}$$

$$\frac{P \wedge Q}{Q}$$

$$\frac{P}{P \vee Q}$$

$$\frac{P}{Q} \wedge P$$

$P \vee Q$ è equivalente a $(P \vee Q) \wedge \neg(P \wedge Q)$ (*)

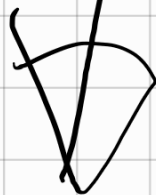
$(P \wedge Q) \wedge R$ è equivalente a $P \wedge (Q \wedge R)$

Formule di De Morgan:

$\neg\neg P$ è equivalente a P
 $\neg(P \wedge Q)$ " $(\neg P) \vee (\neg Q)$
 $\neg(P \vee Q)$ " $(\neg P) \wedge (\neg Q)$

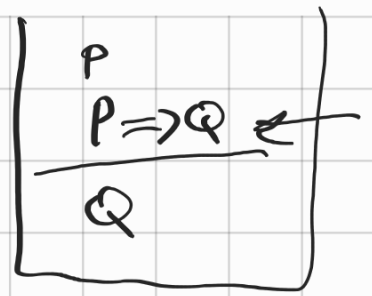
a, b, c, d, e

CONTINUA



Implicazione logica

$$P \Rightarrow Q$$



	P	Q	$P \Rightarrow Q$
	F	F	V
	F	V	V
→	V	F	F
↯	V	V	V

$$\underline{\exists s} \left(P \wedge (P \Rightarrow Q) \right) \Rightarrow Q$$

$\exists s$

$$x > 5 \Rightarrow x + 2 > 6$$

$$x = 7$$

$$7 > 5 \Rightarrow 9 > 6$$

$$x = 4$$

$$4 > 5 \Rightarrow 6 > 6$$

$$x = 5$$

$$5 > 5 \Rightarrow 7 > 6$$

$\neg (P \Rightarrow Q)$ e equivalente a $P \wedge \neg Q$

$$P \Rightarrow Q$$

"

$$\neg P \vee Q$$

"

$$P \Rightarrow Q$$

$$\neg Q \Rightarrow \neg P$$

(i)

$$P \Rightarrow Q$$

implica

$$Q \in P$$

se

$$(ii) P \Rightarrow Q$$

PREBICATI

$P(x)$
 $P(x,y)$

\swarrow libera
 $x > 5$
 $x + 2 > y$

Quantificatori logici:

\swarrow
 $\forall x : P(x)$

$\exists x : P(x)$

\uparrow totale

universale

esistenziale

(congiuntiva)

(disgiuntiva)

ES $\forall x : x \in \mathbb{P} \Rightarrow x^2 \geq 0$

$\forall x : P(x)$

$\frac{P(7)}{\exists x : P(x)}$

$\frac{P(7)}{P(7)}$

$\neg \forall x : P(x) \iff$

$\exists x : \neg P(x)$

$\neg \exists x : P(x) \iff$

$\forall x : \neg P(x)$

Esercizio $(\neg (P \vee Q)) \iff (P \iff Q)$

variabili libere e variabili legate

\swarrow libera
 $x > 5$

$\forall x : x > 5$

\uparrow

\swarrow libera
 \searrow libera
 $P(x,y) : x + 2 > y$

$Q(y) : \exists x : x + 2 > y$
 \uparrow legata
 \swarrow libera

$$\begin{array}{l} \text{(vera)} \\ \uparrow \\ \text{(falsol)} \end{array} \quad R: \quad \forall y \exists x: x+2 > y$$

$$S: \quad \exists x \forall y: x+2 > y$$

$$\forall x \forall y \dots$$

$$\forall y \forall x$$

$$\exists x \exists y \dots$$

$$\exists y \exists x$$

$$(\forall y: y > 5) \wedge (x=7)$$

$$\forall y \exists x: P(x,y) \Leftrightarrow \exists x: \forall y: P(x,y)$$

finden wir da $\neg \forall y: y > 5$

$$\exists y: \neg (y > 5)$$

$$\exists y: y \leq 5$$

$$\uparrow \\ 4 \leq 5$$