

# Analisi Matematica A e B

## Prova scritta n. 2

Laurea in Fisica, a.a. 2022/23  
Università di Pisa

21 giugno 2023

1. Si consideri la seguente successione definita per ricorrenza:

$$\begin{cases} a_{n+1} = a_n - a_n^2 + a_n^3, \\ a_1 = \alpha. \end{cases}$$

Al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$  calcolare, se esiste, il limite della successione  $a_n$ .

2. (a) Verificare che per ogni  $x > 0$  si ha

$$e^{4x^2} - \sqrt{1 + 8x^2} > 0.$$

- (b) Determinare per quali valori di  $\alpha > 0$  esiste ed è finito l'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{4 \cos(3x^\alpha) - 9 \cos(2x^\alpha) + 5}{e^{4x^2} - \sqrt{1 + 8x^2}} dx.$$

3. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x \cdot u'(x) + u(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+1} - \sqrt[4]{2x+1}}, \\ u(40) = \frac{\ln 2}{20} \end{cases}$$

e determinare l'intervallo massimale di esistenza della soluzione.