

# Analisi Matematica A e B

## Prova scritta parziale n. 3

Laurea in Fisica, a.a. 2023/24  
Università di Pisa

20 aprile 2024

1. Al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$  discutere la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{(\arcsin(x) - x)^\alpha}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

Calcolare il valore dell'integrale per  $\alpha = 1$ .

2. Risolvere il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} u' = \frac{x}{u-1} \\ u(\alpha) = 0 \end{cases}$$

per  $\alpha = 0$  e per  $\alpha = 2$ , specificando l'intervallo massimale di esistenza in entrambi i casi.

3. Determinare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale:

$$u''' - 3u'' + 3u' - u = 1 + e^x.$$