

Analisi Matematica A e B

Prova scritta n. 4

Laurea in Fisica, a.a. 2023/24
Università di Pisa

6 settembre 2024

1. Si consideri l'equazione

$$\exp(\sin x) = x.$$

- (a) Dimostrare che l'equazione ha soluzione.
- (b) Dimostrare che l'equazione ha una sola soluzione.

2. Si consideri la successione

$$a_n = \int_0^1 e^x \sin(nx) dx.$$

- (a) Calcolare il limite della successione a_n .
- (b) Determinare il carattere della serie $\sum a_n$.

3. Al variare di un parametro $c \geq 0$ si consideri il problema

$$\begin{cases} u'' + 2u' + cu = 0, \\ u(0) = 0, \\ u'(1) = 1. \end{cases}$$

Dimostrare che:

- (a) se $c = 1$ il problema non ha soluzione;
- (b) se $0 \leq c < 1$ il problema ha una unica soluzione;
- (c) esiste una successione i valori $c_n > 1$ per cui il problema non ha soluzione mentre per ogni altro $c > 1$ il problema ha una unica soluzione.