

Analisi Matematica A e B

Prova scritta n. 3

Laurea in Fisica, a.a. 2024/25
Università di Pisa

11 luglio 2025

1. (a) Al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$ determinare il numero di soluzioni $x \in \mathbb{R}$ dell'equazione

$$e^{ax} = x.$$

- (b) Sia $I = (-\infty, \frac{1}{e}]$ e sia $g: I \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione che associa ad ogni $a \in I$ la più piccola soluzione dell'equazione precedente. Studiare la continuità, derivabilità e convessità della funzione g .

- (c) Calcolare il polinomio di Taylor di g del secondo ordine centrato in $a = 0$.

2. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n - 1}{(1-x)^n}.$$

al variare del parametro reale $x \neq 1$.

3. *Esercizio 3.* Determinare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$u''' - u' = x.$$