

Prova scritta parziale n. 2

Analisi Matematica 2

Corso di Studi in Matematica

19 marzo 2026

1. Consideriamo per ogni $n \in \mathbb{N}$ la funzione $f_n: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f_n(x) = \frac{nx^2}{1 + n^3x^4}.$$

- (a) Determinare il limite puntuale di f_n .
- (b) Dire se f_n converge uniformemente (su tutto $\mathbb{R}$).
- (c) Discutere la convergenza puntuale e totale della serie

$$S(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} f_n(x).$$

(In quali punti c'è convergenza puntuale? In quali intervalli c'è convergenza totale?)

- (d) Dire se la serie di funzioni converge uniformemente su tutto $\mathbb{R}$.

2. Si consideri la funzione

$$F(x) = \int_0^{+\infty} \frac{e^{xt} - 1}{t \cdot e^{xt+t}} dt.$$

- (a) Verificare che $F: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ è ben definita.
- (b) Dimostrare che F è derivabile;
- (c) Calcolare $F(1)$.