

Analisi Matematica 2  
Test prova scritta n. 2  
Matematica, anno 2025/26  
3 luglio 2026

cognome

nome

matricola

codice compito: **variante 1**

risposte:

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|   |   |   |   |   |

Scegliere la risposta corretta per ciascuna delle seguenti domande. Ogni risposta corretta vale 2 punti, ogni risposta lasciata in bianco vale 1 punto. Riportare le risposte nelle caselle qui sopra.

---

**Esercizio 1.** Sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione convessa  $f(x, y) = \max\{2x, y\}$ . Qual è il suo sotto-differenziale  $\partial f(0, 0)$  nell'origine?

(A) Il segmento che congiunge i punti  $(2, 0)$  e  $(0, 1)$  (B) Il punto  $(2, 1)$  (C) L'involuppo convesso dei punti  $(2, 0)$ ,  $(0, 1)$  e  $(0, 0)$  (D) Il segmento che congiunge  $(-2, -1)$  e  $(2, 1)$

---

**Esercizio 2.** Sia  $F(x, y, z) = x^2y + y^2z - z^2x - 3 = 0$ . Nel punto  $(-1, 1, 1)$ , le ipotesi del teorema del Dini per definire localmente una funzione implicita  $z = f(x, y)$  sono soddisfatte? In caso affermativo, quanto vale il gradiente  $\nabla f(-1, 1)$ ?

(A) Sì,  $\nabla f(-1, 1) = (1, -1)$  (B) Sì,  $\nabla f(-1, 1) = (3, 1)$  (C) Sì,  $\nabla f(-1, 1) = (-1/3, -1)$  (D) No

---

**Esercizio 3.** Sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita come  $f(x, y) = \frac{xy^3 - x^3y}{x^2 + y^2}$  per  $(x, y) \neq (0, 0)$  e  $f(0, 0) = 0$ . Quale delle seguenti affermazioni è vera riguardo alle derivate parziali seconde miste nell'origine?

(A)  $f_{xy}(0, 0) \neq f_{yx}(0, 0)$  (B)  $f_{xy}(0, 0) = f_{yx}(0, 0) = 0$  (C) non esistono  
(D)  $f_{xy}(0, 0) = f_{yx}(0, 0) = 1$

---

**Esercizio 4.** Sia  $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 < 1, z > \sqrt{x^2 + y^2}\}$ . Per quali valori del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  la funzione  $f(x, y, z) = (x^2 + y^2 + z^2)^\alpha$  è integrabile su  $\Omega$ ?

(A)  $\alpha > -3/2$  (B)  $\alpha > -3$  (C)  $\alpha < 3/2$  (D)  $\alpha < -1$

---

**Esercizio 5.** Sia data la 2-forma differenziale  $\omega = 2x dy \wedge dz + xy dz \wedge dx + 3z dx \wedge dy$ . Calcolare l'integrale di  $\omega$  sulla semisfera superiore  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0\}$  orientata in modo che la normale punti verso l'alto.

(A)  $\frac{10\pi}{3}$  (B)  $\frac{8\pi}{3}$  (C) 0 (D)  $\frac{6\pi}{3}$

---

Analisi Matematica 2  
Test prova scritta n. 2  
Matematica, anno 2025/26  
3 luglio 2026

cognome

nome

matricola

codice compito: **variante 2**

risposte:

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|   |   |   |   |   |

Scegliere la risposta corretta per ciascuna delle seguenti domande. Ogni risposta corretta vale 2 punti, ogni risposta lasciata in bianco vale 1 punto. Riportare le risposte nelle caselle qui sopra.

---

**Esercizio 1.** Sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione convessa  $f(x, y) = |2x + y|$ . Qual è il suo sotto-differenziale  $\partial f(0, 0)$  nell'origine?

(A) Il segmento che congiunge i punti  $(2, 1)$  e  $(-2, -1)$     (B) Il segmento che congiunge  $(2, 0)$  e  $(0, 1)$     (C) Il punto  $(2, 1)$     (D) L'involuppo convesso dei punti  $(2, 0)$ ,  $(0, 1)$  e  $(0, 0)$

---

**Esercizio 2.** Sia  $F(x, y, z) = x^2y - y^2z - z^2x - 3 = 0$ . Nel punto  $(-1, 1, -1)$ , le ipotesi del teorema del Dini per definire localmente una funzione implicita  $z = f(x, y)$  sono soddisfatte? In caso affermativo, quanto vale il gradiente  $\nabla f(-1, 1)$ ?

(A) Sì,  $\nabla f(-1, 1) = (-1, 1)$     (B) Sì,  $\nabla f(-1, 1) = (3, 1)$     (C) Sì,  $\nabla f(-1, 1) = (-1/3, -1)$     (D) No

---

**Esercizio 3.** Sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita come  $f(x, y) = \frac{xy^2 - x^2y}{x^2 + y^2}$  per  $(x, y) \neq (0, 0)$  e  $f(0, 0) = 0$ . Quale delle seguenti affermazioni è vera riguardo alle derivate parziali seconde miste nell'origine?

(A) non esistono    (B)  $f_{xy}(0, 0) \neq f_{yx}(0, 0)$     (C)  $f_{xy}(0, 0) = f_{yx}(0, 0) = 0$   
(D)  $f_{xy}(0, 0) = f_{yx}(0, 0) = 1$

---

**Esercizio 4.** Sia  $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 < 1, z > \sqrt{x^2 + y^2}\}$ . Per quali valori del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  la funzione  $f(x, y, z) = (x^2 + y^2 + z^2)^\alpha$  è integrabile su  $\Omega$ ?

(A)  $\alpha > -3/2$     (B)  $\alpha > -3$     (C)  $\alpha < 3/2$     (D)  $\alpha < -1$

---

**Esercizio 5.** Sia data la 2-forma differenziale  $\omega = x dy \wedge dz + 2xy dz \wedge dx + 3z dx \wedge dy$ . Calcolare l'integrale di  $\omega$  sulla semisfera superiore  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0\}$  orientata in modo che la normale punti verso l'alto.

(A)  $\frac{8\pi}{3}$     (B)  $\frac{10\pi}{3}$     (C) 0    (D)  $\frac{6\pi}{3}$

---

Analisi Matematica 2  
Test prova scritta n. 2  
Matematica, anno 2025/26  
3 luglio 2026

cognome

nome

matricola

codice compito: **variante 3**

risposte:

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
|   |   |   |   |   |

Scegliere la risposta corretta per ciascuna delle seguenti domande. Ogni risposta corretta vale 2 punti, ogni risposta lasciata in bianco vale 1 punto. Riportare le risposte nelle caselle qui sopra.

---

**Esercizio 1.**

**Esercizio 2.** Sia  $F(x, y, z) = y^2x + x^2z - z^2y - 3 = 0$ . Nel punto  $(1, -1, 1)$ , le ipotesi del teorema del Dini per definire localmente una funzione implicita  $z = f(x, y)$  sono soddisfatte? In caso affermativo, quanto vale il gradiente  $\nabla f(1, -1)$ ?

(A) Sì,  $\nabla f(1, -1) = (-1, 1)$  (B) Sì,  $\nabla f(1, -1) = (3, 1)$  (C) Sì,  $\nabla f(-1, 1) = (-1/3, -1)$  (D) No

**Esercizio 3.** Sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita come  $f(x, y) = \frac{xy^4 - x^4y}{x^2 + y^2}$  per  $(x, y) \neq (0, 0)$  e  $f(0, 0) = 0$ . Quale delle seguenti affermazioni è vera riguardo alle derivate parziali seconde miste nell'origine?

(A)  $f_{xy}(0, 0) = f_{yx}(0, 0) = 0$  (B)  $f_{xy}(0, 0) \neq f_{yx}(0, 0)$  (C) non esistono  
(D)  $f_{xy}(0, 0) = f_{yx}(0, 0) = 1$

**Esercizio 4.** Sia  $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 < 1, z < \sqrt{x^2 + y^2}\}$ . Per quali valori del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  la funzione  $f(x, y, z) = (x^2 + y^2 + z^2)^\alpha$  è integrabile su  $\Omega$ ?

(A)  $\alpha > -3/2$  (B)  $\alpha > -3$  (C)  $\alpha < 3/2$  (D)  $\alpha < -1$

**Esercizio 5.** Sia data la 2-forma differenziale  $\omega = 2x dy \wedge dz + 3xy dz \wedge dx + z dx \wedge dy$ . Calcolare l'integrale di  $\omega$  sulla semisfera superiore  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0\}$  orientata in modo che la normale punti verso l'alto.

(A)  $\frac{6\pi}{3}$  (B)  $\frac{8\pi}{3}$  (C)  $\frac{10\pi}{3}$  (D) 0

---

Analisi Matematica 2  
Test prova scritta n. 2  
Matematica, anno 2025/26  
3 luglio 2026

cognome

nome

matricola

codice compito: **variante 4**

risposte:

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
|   |   |   |   |   |

Scegliere la risposta corretta per ciascuna delle seguenti domande. Ogni risposta corretta vale 2 punti, ogni risposta lasciata in bianco vale 1 punto. Riportare le risposte nelle caselle qui sopra.

---

**Esercizio 1.**

**Esercizio 2.** Sia  $F(x, y, z) = y^2x - x^2z - z^2y - 3 = 0$ . Nel punto  $(1, -1, -1)$ , le ipotesi del teorema del Dini per definire localmente una funzione implicita  $z = f(x, y)$  sono soddisfatte? In caso affermativo, quanto vale il gradiente  $\nabla f(1, -1)$ ?

(A) Sì,  $\nabla f(1, -1) = (1, -1)$  (B) Sì,  $\nabla f(1, -1) = (3, 1)$  (C) Sì,  $\nabla f(1, -1) = (-1/3, -1)$  (D) No

---

**Esercizio 3.**

**Esercizio 4.** Sia  $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 < 1, z < x^2 + y^2\}$ . Per quali valori del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  la funzione  $f(x, y, z) = (x^2 + y^2 + z^2)^\alpha$  è integrabile su  $\Omega$ ?

(A)  $\alpha > -3/2$

(B)  $\alpha > -3$

(C)  $\alpha < 3/2$

(D)  $\alpha < -1$

---

**Esercizio 5.**

---

Analisi Matematica 2  
Test prova scritta n. 2  
Matematica, anno 2025/26  
3 luglio 2026

cognome

nome

matricola

codice compito: **variante 5**

risposte:

|                      |                      |                      |                      |                      |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| 1                    | 2                    | 3                    | 4                    | 5                    |
| <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> |

Scegliere la risposta corretta per ciascuna delle seguenti domande. Ogni risposta corretta vale 2 punti, ogni risposta lasciata in bianco vale 1 punto. Riportare le risposte nelle caselle qui sopra.

---

**Esercizio 1.**

---

**Esercizio 2.**

---

**Esercizio 3.**

---

**Esercizio 4.** Sia  $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 < 1, z > x^2 + y^2\}$ . Per quali valori del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  la funzione  $f(x, y, z) = (x^2 + y^2 + z^2)^\alpha$  è integrabile su  $\Omega$ ?

(A)  $\alpha > -3/2$

(B)  $\alpha > -3$

(C)  $\alpha < 3/2$

(D)  $\alpha < -1$

---

**Esercizio 5.**

---