

Prova scritta parziale n. 1

Laurea in Fisica – a.a. 2025/26 – 13 dicembre 2025

Esercizio 1.

Determinare per quali $x \in \mathbb{R}$ la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^n}{(n-1)!} x^n$ converge.

Esercizio 2. Si consideri l'equazione $x^n + x - 1 = 0$.

- (a) Mostrare che per ogni $n \geq 1$ l'equazione ha una unica soluzione positiva.
- (b) Detta a_n tale soluzione, mostrare che la successione $(a_n)_n$ è crescente e $a_n \rightarrow 1$ per $n \rightarrow +\infty$.
- (c) Mostrare che

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n \cdot (1 - a_n)}{\ln n} = 1, \quad \text{per } n \rightarrow +\infty.$$