

## Prova scritta parziale n. 1

Laurea in Fisica – a.a. 2025/26 – 13 dicembre 2025

### Esercizio 1.

Determinare per quali  $x \in \mathbb{R}$  la serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^n}{(n-1)!} x^n$  converge.

**Esercizio 2.** Si consideri l'equazione  $x^n + x - 1 = 0$ .

- Mostrare che per ogni  $n \geq 1$  l'equazione ha una unica soluzione positiva.
- Detta  $a_n$  tale soluzione, mostrare che la successione  $(a_n)_n$  è crescente e  $a_n \rightarrow 1$  per  $n \rightarrow +\infty$ .
- Mostrare che

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n \cdot (1 - a_n)}{\ln n} = 1, \quad \text{per } n \rightarrow +\infty.$$