Punti critici, massimi e minimi

15 novembre 2001

1. Classificare i punti critici delle seguenti funzioni $\mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$

$$3x^3 + xy^2 - 7 - e^x, \quad x^2y + y^2 + x, \quad x^4 + \sin(y^2),$$

$$x^3(e^y - 1)^2, \quad (x^2 + ye^y + 1/e)^3, \quad 4(y + e^x)^2 + \frac{1}{y + e^x}, \quad (y - x^2)(y - 2x)^2.$$

2. Trovare massimi e minimi (assoluti e relativi) della funzione $f\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$

$$f(x,y) = \begin{cases} \sqrt{y - x^2} & \text{se } y \geq x^2 \\ (x^2 - y)(y^2 - 1) & \text{se } y < x^2. \end{cases}$$

3. Sia $f\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$

$$f(x,y) = \begin{cases} (x^2 - y)^2 & \text{se } x^2 + y^2 < 1 \\ x^4 + xy + y^4 + 5 & \text{se } x^2 + y^2 \geq 1. \end{cases}$$

   Determinare l'insieme $f(\mathbf{R}^2)$ dei valori assunti da f.

4. Trovare i valori massimo e minimo assunti dalla funzione

$$f(x,y) = (2x - 1)^2 + 8|y|x$$

   sul quadrato $\{|x| \leq 1,\ |y| \leq 1\}$.

5. Trovare i valori massimo e minimo assunti dalla funzione

$$f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2} - \frac{x}{3} - y^2$$

   sul cerchio $\{x^2 + y^2 \leq 1\}$.

6. Trovare i valori massimo e minimo assunti dalla funzione

$$f(x,y) = x^3 + y^2 - 3x$$

   sul cerchio $\{x^2 + y^2 \leq 4\}$.

7. Trovare i valori massimo e minimo assunti dalla funzione

$$f(x, y) = (x + y)e^{-xy}$$

sul triangolo di vertici $(0, 0)$, $(0, 2)$, $(2, 0)$.

8. Sia $P = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : 2x + y + 2z = 16\}$. Trovare il punto del piano P di minima distanza dal punto $(0, 0, 0)$.

Modifiche: 26.11.2003: ho corretto la data del documento.