Analisi Matematica Due, secondo modulo
Prova scritta preliminare n. 1

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2001-2002

8 aprile 2002

1. Trovare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y'' - 6y' + 10y = x^2 + 2.$$

2. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} (1-x^2)^2 y' y'' - x = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = -1 \end{cases}$$

3. Si studi qualitativamente il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (y-x)(x^2 y + 1) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

dimostrando che se $x_0 = y_0 \geq 0$

(a) la soluzione ha esistenza globale;

(b) la soluzione ha come asintoto orizzontale $y = 0$;

(c) la derivata della soluzione si annulla tre volte.

Facoltativi:

(d) se $x_0 > 1$ e $y_0 > 2x_0$ allora per ogni $x > x_0$ si ha $y(x) > 2x$;

(e) esistono x_0 e y_0 per i quali la soluzione ha un asintoto verticale.