Analisi Matematica Due
Prova scritta n. 4

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2001-2002

11 luglio 2002

1. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+|y|} & \text{se } (x,y) \neq 0 \\ 0 & \text{se } (x,y) = 0. \end{cases}$$

   Dire se f è continua e se è differenziabile nel punto $(0,0)$.

2. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) = y \cos x - \arctan y.$$

   (a) Studiare i punti critici di f.

   (b) Posto $D = \mathbb{R} \times [-1,1]$ determinare l'insieme $f(D)$.

3. Determinare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y' = 2xy - 4xy^2.$$

4. Calcolare l'area del sottoinsieme di $\mathbb{R}^2$ delimitato dalle parabole di equazioni $x = y^2$, $x = 3y^2$ e dalle iperboli di equazioni $xy = 1$, $xy = 4$.