Analisi Matematica I modulo
Programma del corso

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2002-2003

10 dicembre 2002

I NUMERI E LE FUNZIONI REALI. Il sistema dei numeri reali. Numeri naturali, interi, razionali. Esistenza di numeri irrazionali (in particolare: la radice quadrata di 2 non è un numero razionale). Funzioni reali di variabile reale. Funzioni invertibili. Funzioni monotòne. Proprietà e grafici delle funzioni elementari. Valore assoluto. Disuguaglianza triangolare. L'assioma di completezza. Massimo, minimo, estremo superiore, estremo inferiore. Esistenza dell'estremo superiore. Il principio di induzione. La disuguaglianza di Bernoulli. (Paragrafi 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12)

LIMITI DI SUCCESSIONI. Definizione di limite (finito o infinito) di una successione. Prime proprietà: unicità del limite, limitatezza delle successioni convergenti. Teorema della permanenza del segno, dei carabinieri e altri teoremi di confronto. Operazioni con i limiti: somma, prodotto, quoziente. Forme indeterminate. Limite del prodotto di una successione infinitesima per una limitata. Limiti notevoli. Successioni monotòne. Teorema sulle successioni monotòne. Monotonia e limitatezza della successione $(1 + 1/n)^n$. Il numero e. Successioni definite per ricorrenza. Infiniti di ordine crescente. Successioni estratte. Il teorema di Bolzano-Weierstrass. (Paragrafi 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27)

LIMITI DI FUNZIONI. Definizione di limite (finito o infinito) di una funzione reale di variabile reale, in un punto al finito o all'infinito. Limiti destro e sinistro. Legame tra limiti di funzioni e limiti di successioni. Proprietà dei limiti di funzioni. (Paragrafi 29, 30, 31, 32)

FUNZIONI CONTINUE. Definizione. Esempi e prime proprietà. Punti di discontinuità. Teorema della permanenza del segno. Teoremi dell'esistenza degli zeri e dei valori intermedi. Metodo di bisezione. Teorema di Weierstrass. (Paragrafi 33, 34, 35, 36, 37)

DERIVATE. Rapporto incrementale. Definizione di derivata. Significato meccanico della derivata. Continuità delle funzioni derivabili. Derivata della somma, del prodotto, del quoziente. Derivate delle funzioni composte e delle funzioni inverse. Derivate delle funzioni elementari. Equazione della retta tangente al grafico di una funzione. Le funzioni trigonometriche inverse. (Paragrafi 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45)

APPLICAZIONI DELLE DERIVATE. STUDIO DI FUNZIONI. Massimi e minimi relativi. Teorema di Fermat. Teoremi di Rolle, di Lagrange, di Cauchy. Funzioni crescenti e decrescenti; criterio di monotonia. Funzioni convesse e concave; criterio di convessità. Flessi. Il teorema di L'Hopital nel caso generale (0/0, con dimostrazione, e infinito su infinito, senza dimostrazione). Grafico di una funzione. (Paragrafi 46, 47, 48, 49, 50, 51, 53)

Si fa riferimento ai numeri dei paragrafi del libro: P. Marcellini - C. Sbordone, Elementi di Analisi Matematica Uno, Liguori Editore.