Analisi Matematica IV modulo
Prova scritta preliminare n. 1

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2003-2004

24 marzo 2004

1. Risolvere il prolema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (y - 2x)^2 + y - 2x \\ y(\log 2) = 2 \log 2. \end{cases}$$

2. Determinare tutte le soluzioni di classe $\mathcal{C}^2$ dell'equazione differenziale

$$yy' + 2\sqrt{y'} = x(y')^2$$

   e disegnarne i grafici.

3. Studiare qualitativamente le soluzioni del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \arctan(y^2 - x^4) \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

   al variare di $y_0 \in \mathbb{R}$. In particolare

   (a) dimostrare che ogni soluzione ha esistenza globale;

   (b) calcolare il limite $\lim_{x \to \pm\infty} \frac{y(x)}{x}$;

   (c) (facoltativo) dimostrare che la soluzione corrispondente a $y_0 = 0$ è monotòna.