Analisi Matematica I e II modulo
Prova scritta n. 4

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2004-2005

17 gennaio 2006

1. Dire se la funzione
$$f(x) = \sqrt{|x\cos x - \sin x|}$$
è derivabile nel punto $x = 0$.

2. Si consideri la funzione
$$f(x) = x + \operatorname{arctg}\,(1 + \frac{1}{x})$$
   (a) Determinare l'insieme dei valori assunti da f.
   (b) Determinare l'insieme dei valori assunti dalla funzione composta $f \circ f$.

3. Calcolare
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x^2} \int_x^{2x} \frac{\log t}{t}\, dt.$$

4. Dimostrare che la funzione
$$f(x) = \cos(\sin(x^2)) - 1 + \frac{1}{2}x^4$$
ha un minimo relativo nel punto $x = 0$.